9

Ueber die Lage und Krümmung der Oberflächen der menschlichen Kristalllinse und den Einfluss ihrer Veränderungen bei der Accommodation auf die Dioptrik des Auges

von

Dr. J. H. Knapp,
Privatdocenten in Heidelberg.

Die Messungen, welche die Grundlage der nachfolgenden Abhandlung bilden, habe ich sämmtlich in dem physiologischen Institute der Universität Heidelberg ausgeführt. Es ist mir eine angenehme Pflicht, dem Director des Institutes, Herrn Professor Helmholtz, für liberale Unterstützung und vielfache Belehrung bei dieser Gelegenheit öffentlich meinen Dank auszusprechen.

Donders hat in seiner Abhandlung: „Winke, betreffend die Auswahl und den Gebrauch der Brillen' (Arch. für Ophthalmol. IV. 1. pag. 301—340) eine Methode angegeben, nach welcher man mit Leichtigkeit den numerischen Werth des Accommodationsvermögens oder der Accommodationskraft eines jeden Auges mittelst Bestimmung des Nah- und Fernpunktes des deutlichen Sehens finden kann. Dieser numerische Ausdruck für die bei verschiedenen Individuen so ungemein verschiedene lineare Ausdehnung des Accommodationsgebietes, je nachdem dasselbe dem Auge näher oder ferner liegt, hat den grossen Vortheil, dass er die Ac-

commodationsbreite mit ihren Ursachen verknüpft, wodurch er ein passendes Maas abgiebt, um die Grösse des Accommodationsvermögens verschiedener Menschen untereinander zu vergleichen. Nachdem nun durch die Forschungen der Neuzeit auch die physikalischen Veränderungen im Sehapparate bei der Anpassung desselben für ungleiche Entfernungen aufgeklärt worden sind, so können wir durch die Beobachtungen eben dieser Veränderungen am lebenden Auge gleichfalls den numerischen Werth für die Grösse des Accommodationsvermögens eines jeden Menschen finden. Beide Methoden werden sich wechselsweise zur Controlle dienen, und der Grad der Uebereinstimmung der auf beiden Wegen erhaltenen Resultate wird ihre relative Vollkommenheit angeben. Der durch Sehprüfung gefundene Werth der Accommodationsbreite kann uns zeigen, ob die bis jetzt beobachteten Veränderungen im Sehapparate zur Erklärung der Accommodation ausreichend sind, oder ob wir noch andere aufzufinden suchen müssen, während die physikalische Beobachtung dieser Veränderungen selbst, wenn sie mit hinreichender Schärfe geschehen kann, uns die Mittel an die Hand giebt, um zu beurtheilen, mit welcher Genauigkeit sich der Nah- und Fernpunkt eines Auges bestimmen lässt. So einfach die Feststellung der Accommodationsbreite auf dem Wege der Sehprüfung ist, so zeitraubend stellt sich bis jetzt das andere Verfahren, die Bestimmung durch direkte Beobachtung des Sehapparates, dar. Um mittelst des letzteren den Werth für die Accommodationsbreite zu finden, ist es nothwendig, dass wir an dem untersuchten Auge sowohl die Brechungsverhältnisse der durchsichtigen Mittel, als auch die Lage und Krümmung ihrer Trennungsflächen im Zustande des Fern- und Nahsehens genau erkennen können. Es fragt sich nun — wenn wir auf dem

kürzesten Wege zu einem befriedigenden Resultate gelangen wollen — welche von diesen Verhältnissen können wir bei allen Augen als dieselben annehmen, und welche erfordern bei jedem eine besondere Untersuchung. Die Brechungsverhältnisse der durchsichtigen Medien dürfen wohl als der Theil des dioptrischen Apparates angesehen werden, welcher bei verschiedenen Individuen am wenigsten schwankt. Es liessen sich Gründe anführen, nach welchen sie am Lebenden noch constanter sein würden, als sie nach den Bestimmungen an todten Augen erscheinen; jedoch stehen damit die Untersuchungen von W. Krause im Widerspruch, welcher fand, dass die Brechungsindices von Kalbsaugen, gleich nach dem Tode und 24 Stunden später bestimmt, nicht merklich verschieden waren. Der Ort und die Krümmung der Trennungsflächen differiren dagegen nach den bis jetzt darüber angestellten Untersuchungen so bedeutend, dass sie in jedem Auge eine eigene Bestimmung erfordern. Wenn es nun möglich ist, beide sowohl beim Fernsehen als beim Nahesehen mit hinreichender Genauigkeit zu ermitteln, so sind dann alle Thatsachen gegeben, welche zur Berechnung des numerischen Werthes der Accommodationsbreite nöthig sind. Die Methode hierzu verdankt die Wissenschaft grösstentheils den Forschungen von Helmholtz. Mit Bezug auf die Kristalllinse sind seine Messungen die einzigen, welche unsers Wissens über diesen Gegenstand bis jetzt veröffentlicht worden sind. Nach denselben Principien, nur mit mancherlei Abänderungen in der Ausführung, sind die weiter unten mitzutheilenden Messungen angestellt worden.

Zur Bestimmung der verschiedenen Theile des Kristalllinsensystems ist die Kenntniss des Hornhautsystems an demselben Auge unentbehrlich. Wir hatten daher vor Allem die Form der Hornhautkrümmung festzu-

stellen. Andere Erscheinugen im Gebiete der Physiologie des Auges liessen es wünschenswerth erscheinen, dieses mit grösserer Vollständigkeit zu thun, als es von Senff und Helmholtz geschehen ist. Für unseren jetzigen Gegenstand haben wir die Kenntniss der Abweichung der Gesichtslinie von der Hornhautaxe, sowie diejenige des Krümmungsradius und der Brennweiten der Hornhaut, welche sich, wie schon bekannt, mit der Accommodation nicht ändern, nöthig. Dieselben entlehnen wir aus der Veröffentlichung jener Untersuchungen.*) Der experimentelle Theil unserer Aufgabe reducirt sich also auf die Bestimmung des Ortes und der Krümmung der beiden Linsenoberflächen, von welchen wir auch nur die centralen Partieen in Betracht zu ziehen haben, da die peripherischen bei der Strahlenbrechung, so weit diese sich auf den mittleren Theil des Gesichtsfeldes bezieht, nicht betheiligt sind. Die Form der Krümmung der Linsenflächen dürfte am lebenden Auge kaum oder nur mit den äussersten Schwierigkeiten einigermassen genau zu ermitteln sein. Die von diesen Flächen gelieferten Spiegelbilder sind das einzige, wodurch sie im gesunden Zustande dem Beobachter ihre Existenz verrathen. Einestheils sind diese Reflexbilder zu lichtschwach und verwaschen (weshalb verhältnissmässig sehr grosse Lichtflammen zur Erzeugung derselben angewendet werden müssen), anderentheils ist der uns zugängliche Raum der Linsenflächen zu beschränkt, um die Messnng der Krümmungsradien verschiedener Stellen desselben zu gestatten. Der ältere Krause giebt an, dass die vordere Fläche des Kristallkörpers eine Rotationsfläche sei, welche man sich durch Umdrehung einer Ellipse um ihre kleinere Axe

*) Die Krümmung der Hornhaut des menschlichen Auges. Habilitationsschrift v. Dr. J. H. Knapp. Heidelberg bei S. C. B. Mohr. 1860.

entstanden denken könne. Dieses könnten die Messungen an einer menschlichen Kristalllinse, welche ich etwa 24 Stunden nach dem Tode des ungefähr 20jährigen Individuums vorgenommen habe, bestätigen. Ich fand den Krümmungsradius im Scheitel der Vorderfläche gleich 9,3150 Mm., und diejenigen zu beiden Seiten, ungefähr in der Mitte zwischen dem Rande und dem Scheitel, gleich 8,9790 und 8,9678 Mm. Die Bestimmung geschah mittels des Ophthalmometers durch Spiegelung nach der von Helmholtz angegebenen Methode (Helmholtz Phys. Opt. p. 79 und ferner; in Karsten's Allg. Encyclop. d. Phys. IX. Bd.). Die Ergebnisse an einer andern, auf dieselbe Art gemessenen Linse eines andern nahezu gleichalterigen Mannes würden dem aber widersprechen; denn den Krümmungshalbmesser im Scheitel fand ich gleich 8,2187 Mm., dagegen die beiden seitlichen grösser, nämlich 9,5412 und 9,5500 Mm. In dem letzten Falle war also der Scheitel stärker gewölbt als die seitlichen Theile. Wenn nun auch diese Messungen keinen Anspruch auf grosse Genauigkeit machen können, indem man nicht beurtheilen kann, wie weit ein aus dem Auge herausgenommener Kristallkörper, auch wenn die Herausnahme mit der grössten Vorsicht geschah, seine ihm im lebenden Auge eigene Form behält, so verdienen doch die Ophthalometermessungen der Krümmungshalbmesser viel mehr Zutrauen, als alle diejenigen, welche vor der Erfindung dieses Instrumentes ausgeführt worden sind. Die Randtheile der Linse scheinen bedeutend convexer zu sein, als die mittleren, und dieses mag Krause veranlasst haben, die Oberfläche des Kristallkörpers als ein Rotationsellipsoid, entstanden durch Umdrehung um die kleine Axe, anzusehen. Da die Randtheile aber bei der Strahlenbrechung nicht in Betracht kommen, und die Krümmungsradien der mittleren Partieen wenig, und zuweilen selbst im umgekehrten Sinne, mit

Bezug auf ihre Entfernung vom Scheitel, untereinander verschieden sind, so können wir vor der Hand nichts Besseres thun, als dem nahe an der Axe gelegenen Stücke der vorderen Linsenfläche eine kugelige Krümmung beilegen. Ein noch grösseres Recht zu derselben Annahme haben wir bei der hinteren Linsenoberfläche, denn ich fand bei den zwei erwähnten Linsen die Krümmungsradien der einen gleich 5,5092 Mm. im Scheitel und 5,9036 und 5,2612 Mm. zu beiden Seiten, diejenigen der andern gleich 5,1730 Mm. im Scheitel, und 5,1604 und 5,2360 zu beiden Seiten. Diese Werthe weichen um Grössen von einander ab, welche innerhalb der Fehlergrenzen der Messungen an Linsen, die sich nicht mehr in ihrer natürlichen Lage im Augapfel befinden, zu setzen sind. Sobald es uns nun erlaubt ist, den centralen Stellen der Linsenoberflächen eine sphärische Krümmung zuzuschreiben, so hängt die Lösung unserer Aufgabe nur ab von der Beantwortung der Frage: Wo ist der Ort und welches der Krümmungsradius des Scheitels beider Linsenflächen, sowohl beim Fernsehen als beim Nahesehen? Indem wir blos die Bestimmung des Ortes der Linsenscheitel, d. h. ihre Abstände von einem bekannten Punkte (wir wählen dazu den Hornhautscheitel) für nothwendig erklären, und nicht die Bestimmung ihrer Lage, was neben der Kenntniss des Ortes des Scheitelpunktes noch diejenige des Ortes des Krümmungsmittelpunktes einer jeden Linsenfläche erfordern würde, vornehmen, so setzen wir voraus, dass die verschiedenen Trennungsflächen der brechenden Mittel des Auges hinreichend genau centrirt seien, um die Anwendung der allgemeinen Gesetze für centrirte dioptrische Systeme zuzulassen. Helmholtz giebt an (Arch. f. Ophth. I. 2. pag. 58.), dass das Auge allerdings nicht genau centrirt sei, jedoch nur so wenig von einer richtigen Cen-

trirung abweiche, dass dadurch auf die Resultate unserer Messungen kein störender Einfluss ausgeübt werden kann. Ich bestimmte an den vier Augen, an denen ich ausführliche Messungen vorgenommen hatte, welche zum grössten Theil hier mitgetheilt werden sollen, auch den Grad der Centrirung ganz nach dem Verfahren von Helmholtz, und fand, dass ein Auge, das myopische des Herm. Schil. fast genau centrirt war, während dagegen die drei anderen ungefähr dieselbe Abweichung zeigten, wie die von Helmholtz gemessenen, jedoch im umgekehrten Sinne. Als ich, noch während der Untersuchung, Herrn Prof. Helmholtz dieses mittheilte, meinte er, es könne kein Zweifel an der Richtigkeit dieser Beobachtungen sein, nachdem ich einmal auf den Widerspruch aufmerksam gewesen sei; es wäre vielmehr anzunehmen, dass bei der Ausarbeitung seiner Beobachtungen ein Irrthum stattgefunden habe. Ich will daher die von mir gefundenen Werthe angeben. Das Beobachtungsverfahren ist kurz folgendes: Wenn man unter demselben Winkel, unter welchem der Beobachter das zu untersuchende Auge betrachtet, ein Licht aufstellt, so kann man dem beobachteten Auge ein Gesichtszeichen in solcher Entfernung von der Halbirungslinie der Summe beider Winkel anweisen, dass der Beobachter das Reflexbild der vorderen Linsenfläche in der Mitte zwischen den Bildern der Hornhaut und hinteren Linsenfläche erblickt. Stellt man nun das Licht an den Ort des beobachteten Auges, und versetzt sein eigenes Auge an denjenigen, welchen das Licht einnahm, während alles Andere unverändert bleibt, so müsste, wenn das Auge richtig centrirt wäre, die Stellung der Reflexbilder zu einander für den Beobachter auch dieselbe geblieben sein. Dieses fand ich jedoch nur bei einem Auge in grosser Annäherung, indem es nur einer Verschiebung des Gesichtszeichens

um 0° 25′ bedurfte, um bei vertauschter Stellung der Lampe und des beobachtenden Auges das vordere Linsenbild in der Mitte zwischen dem Hornhaut- und hinteren Linsenbild zu erhalten. Bei den anderen Augen musste dagegen, um dieses zu bewerkstelligen, eine grössere Verschiebung des Gesichtszeichens vorgenommen werden. Es war nämlich der Winkel zwischen der Gesichtslinie und dem Krümmungsradius der reflectirenden Hornhautstelle:

Auge.	Licht kommt	
	von der Nasenseite.	v. d. Schläfenseite.
Joh. Sommer	6° 48′	4° 50′
Heinr. Sommer	6° 22′	3° 40′
Ferd. Schmidt	7° 56′	4° 36′
Herm. Schiller	5° 39′	6° 4′

Jeder dieser Winkel ist der Mittelwerth aus vier Beobachtungen. Der fixirte Punkt lag etwas über der Ebene, in welcher sich das beobachtete Auge, das Licht und das beobachtende Auge befanden. Eine genaue Feststellung der Centrirung des Auges, d. h. die Bestimmung des Ortes der Krümmungsmittelpunkte der Trennungsflächen, würde ein längeres Eingehen auf diese nicht wenig verwickelte Frage erfordern, als es für unsere jetzige Aufgabe nothwendig ist. Die hier angewendete Bestimmung ist nur eine approximative und gründet sich auf die Annahme, dass der Abstand der drei reflectirenden Stellen voneinander beim Fernsehen ungefähr gleich ist.

Ort des vorderen Linsenscheitels beim Fernsehen.

Da der Pupillarrand der Iris dicht an der Linse liegt, so können wir denselben zur Bestimmung des Ortes des vorderen Linsenscheitels benutzen. Die Entfernung der Pupillarebene vom Hornhautscheitel beim

Fernsehen wurde ganz nach der von Helmholtz (Arch. f. Ophth. I. 2. pag. 31.) angegebenen Methode gemessen. Eine schmale, helle Gasflamme befand sich zwei Meter vor dem Auge des beobachteten Individuums, dessen Kopf durch eine besondere Vorrichtung so ruhig als möglich gehalten wurde. Neben der Flamme und in gleicher Höhe mit ihr stand, mindestens 2 Mt. vom Auge entfernt, ein verschiebbares Gesichtszeichen. In einem Winkelabstande von etwa 16°, welcher zu beiden Seiten von der Mittellinie genau abgemessen war, wurde das Ophthalmometer bald rechts, bald links aufgestellt und damit das Hornhautreflexbild der Flamme betrachtet. Der Krümmungshalbmesser der Hornhaut war vorher bestimmt worden, mithin der Ort des Reflexbildes bekannt. Das Gesichtszeichen, dessen seitlichen Bewegungen das beobachtete Auge folgte, wurde so gestellt, dass das Hornhautbildchen dem durch das Ophthalmometer blickenden Beobachter genau in der Mitte des Pupillarfeldes erschien. Dieses ist dann der Fall, wenn die durch Drehung der Ophthalmometerplatten entstehenden beiden Doppelbilder diametral gegenüberstehende Punkte des Pupillarrandes der Iris decken. Der Winkel, welchen die Gesichtslinie mit der Verbindungslinie des Auges und der Flamme bildete, wenn das Ophthalmometer rechts stand, wurde gemessen. Dasselbe Verfahren wurde wiederholt, wenn es links stand. Da nun die Abweichung der Gesichtslinie von der Hornhautaxe an dem untersuchten Auge früher bestimmt worden war, so liessen sich jetzt auch leicht die Winkel berechnen, welche die Hornhautaxe mit der Mittellinie, d. h. der Verbindungslinie des Auges und der Flamme, bildete, sowohl wenn der Beobachter von rechts als auch von links das in der Mitte der Pupille erscheinende Hornhautspiegelbildchen betrachtete. Daraus ergaben sich ebenfalls die Winkel, welche von der Hornhautaxe und der Beobachtungslinie

des Ophthalmometers eingeschlossen wurden. Zur Erläuterung diene die in Fig. 1. gezeichnete Construktion, welche von einer der Helmholtz'schen (l. c. pag. 34, Fig. 10.) etwas abweicht, indessen die Verhältnisse so darstellt, wie ich sie in den vier untersuchten Augen gefunden habe. *MAN* sei ein horizontaler Durchschnitt der Hornhaut, *C* der Krümmungsmittelpunkt derselben, $\gamma_1 = B_1 CH$ der Winkel, welchen die Hornhautaxe *CAH* mit der Verbindunglinie CB_1 des Auges und der Flamme (B_1) bildet, wenn der Beobachter von der Nasenseite des Beobachteten her durch das in G_1 stehende Ophthalmometer das Spiegelbildchen der Hornhaut betrachtet. Der Ort dieses virtuellen Bildes ist diejenige Stelle (b_1), in welcher die gerade Verbindungslinie des leuchtenden Punktes (B_1) mit dem Krümmungsmittelpunkte (*C*) die Brennebene (*PQ*) des Convexspiegels der äusseren Hornhautoberfläche schneidet. Den Winkel, welchen dabei die Hornhautaxe (*HC*) mit der Richtungslinie ($G_1 b_1 L$) des Ophthalmometers bildet, nennen wir α_1. Diese Richtungslinie geht durch die Mitte der Pupillarebene, denn dem Beobachter erscheint das Bild b_1 in der Mitte der Pupille, wobei er allerdings nicht unterscheiden kann, ob es gerade in dieser Ebene, oder davor oder dahinter gelegen ist. Ganz auf dieselbe Weise nennen wir $\gamma_2 = B_2 CH$ den Winkel, welchen die Mittellinie mit der Hornhautaxe bildet, wenn der Beobachter auf der Schläfenseite des Beobachteten von G_2 aus das ihm ebenfalls in der Pupillenmitte erscheinende Bildchen betrachtet. Der Ort des Bildchens ist jetzt b_2 und der Winkel zwischen der Hornhautaxe und der Richtungslinie ($G_2 b_2$) des Instrumentes ist $G_2 mH = \alpha_2$. Auch in dieser Linie ist der Mittelpunkt der Pupille gelegen. Derselbe ist also beiden Richtungslinien gemeinschaftlich und mithin ihr Durchschnittspunkt *g*. Wir haben nun die Lage von *g* zu bestimmen. Sein Abstand von der

Hornhautaxe sei $x = gh$, uud derjenige dieser Senkrechten vom Hornhautscheitel sei $y = hA$. Die Entfernung der Brennebene vom Hornhautscheitel nehmen wir gleich dem halben Hornhautradius, also

$$dA = {}^1/_2 R$$

Der Durchschnittspunkt von $G_2 b_2$ mit der Hornhautaxe sei m. Setzen wir $b_2 d$, welches rechtwinklig auf CA steht $= \beta_2$, und $b_1 d = \beta_1$, so sind zunächst die Abstände der Hornhautspiegelbilder von der Hornhautaxe bestimmt, nämlich

$$\beta_2 = {}^1/_2 R \,.\, tg \gamma_2 \quad \text{und}$$
$$\beta_1 = {}^1/_2 R \,.\, tg \gamma_1.$$

Ziehen wir nun noch die Hülfslinie $g e \parallel CA$, so ist aus der Construktion ersichtlich, dass

$$\beta_2 - y = b_2 g \sin \alpha_2.$$

Nun verhält sich

$$\frac{b_2 g}{\beta_2 - \beta_1} = \frac{\sin b_2 b_1 g}{\sin b_2 g b_1}, \text{ folglich}$$

$$b_2 g = \frac{\cos \alpha_1 (\beta_2 - \beta_1)}{\sin (\alpha_1 + \alpha_2)}; \text{ daher}$$

$$y = \beta_2 - \frac{\cos \alpha_1 \sin \alpha_2}{\sin \alpha_1 \cos \alpha_2 + \cos \alpha_1 \sin \alpha_2} (\beta_2 - \beta_1).$$

Dividirt man in diesem Quotienten Zähler und Nenner mit $\cos \alpha_1 \sin \alpha_2$, so erhält man

$$y = \beta_2 - \frac{\beta_2 - \beta_1}{\frac{tg\, \alpha_1}{tg\, \alpha_2} + 1}; \text{ oder}$$

$$y = \frac{\beta_2\, tg\, \alpha_1 + \beta_1\, tg\, \alpha_2}{tg\, \alpha_1 + tg\, \alpha_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots, \text{ (I)}$$

x kann auf folgende Weise bestimmt werden

$$x = {}^1/_2 R - dh$$

$$dh = \frac{dm \,.\, b_2 g}{b_2 m}$$

$$dm = \beta_2 m \,.\, \cos \alpha_2$$

$$dh = b_2 g \,.\, \cos \alpha_2$$

$$b_{2}g = \frac{\cos\alpha_1 (\beta_2 - \beta_1)}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

$$dh = \frac{\cos\alpha_1 \cos\alpha_2 (\beta_2 - \beta_1)}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

Dividirt man Zähler und Nenner dieses Quotienten mit $\cos\alpha_1 \cos\alpha_2$, so erhält man

$$\text{(II)} \ldots\ldots \quad x = \tfrac{1}{2} R - \frac{\beta_2 - \beta_1}{tg\,\alpha_1 + tg\,\alpha_2}$$

Durch diese beiden Coordinaten ist also die Lage des Punktes g bestimmt. Nun müssen wir bedenken, dass b_2 und b_1 virtuelle Reflexbilder sind, deren wahrer Abstand vom Hornhautscheitel der halben Brennweite des Hornhautspiegels gleich ist, und demnach keiner Correction bedarf. Anders verhält es sich mit g. Dieser Punkt ist nämlich nicht der wirkliche Mittelpunkt der Pupillenfläche, sondern nur dessen optisches Bild. Die Lage des wirklichen Mittelpunktes, welchen wir $\mathfrak{z}$ nennen wollen, ist indessen leicht aus den Gesetzen der Brechung an einer Kugelfläche (siehe Helmholtz, Physiol. Optik §. 9. pag. 42—47) zu finden.

Ist $f_{,}$ die vordere und $f_{,,}$ die hintere Brennweite der Hornhaut, und sind x und $\mathfrak{z}$ zwei zusammengehörige Vereinigungsweiten, x für das erste Medium (Luft), $\mathfrak{z}$ für das zweite (wässerige Feuchtigkeit), so ist nach der allgemeinen Gleichung

$$\frac{f_{,}}{x} + \frac{f_{,,}}{\mathfrak{z}} = 1; \text{ woraus}$$

$$\mathfrak{z} = \frac{x f_{,,}}{x - f_{,}}.$$

x ist aber in unserem Falle ein virtueller Vereinigungspunkt, also negativ zu setzen. Somit erhalten wir

$$\text{(III)} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathfrak{z} = \frac{x f_{,,}}{x + f_{,}}.$$

Diese Formel bestimmt die Abscisse des Mittelpunkts der Pupille.

Bei der Bestimmung seiner Ordinaten gehen wir von der Beziehung der Bildgrössen zu den Brenn- und Vereinigungsweiten aus. Stellt y die Grösse eines Bildes im ersten Medium, v die des dazugehörigen im zweiten Medium vor, so haben wir mit Beibehaltung der vorigen Grössen die Verhältnisse

$$\frac{v}{y} = \frac{f'}{f' - x} = \frac{f'' - \zeta}{f''}$$

(s. Helmholtz l. c. Gleichung 6b). Weil x negativ ist, so erhalten wir also

$$v = \frac{y f'}{x + f'} = \frac{y(f'' - \zeta)}{f''}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(IV)}$$

welche Gleichung die Ordinate des wirklichen Mittelpunktes der Pupille bestimmt.

Ort des vorderen Linsenscheitels beim Nahesehen.

Die soeben mitgetheilte Methode zur Bestimmung des Mittelpunktes der Pupille beim Fernsehen lässt sich mit entsprechenden Abänderungen in dem Beobachtungsverfahren auch zu demselben Zwecke beim Nahesehen gebrauchen. Ich wählte ein Pendel mit einem dünnen Seidenfaden als Gesichtszeichen, welches je nach dem Nahepunkt des deutlichen Sehens des untersuchten Auges, von 70 bis 130 Mm. vor der Hornhaut aufgestellt wurde. Die Hauptschwierigkeit besteht in der leichten Controlle selbst sehr kleiner seitlicher Verschiebungen des Auges, weil diese hier sehr in's Gewicht fallen würden wegen der Kleinheit der Sinus- und Tangentenlinien, aus denen der Winkel zwischen der Gesichtslinie und der Verbindungslinie des Lichtes mit der Pupillenmitte bestimmt wurde, welcher Winkel wiederum, wie beim Fernsehen, zur Berechnung der Abweichung der Gesichtslinie von der Hornhautaxe dient, woraus dann die Lage der Reflexbilder gefunden wird. Diese

Controlle wird dadurch ermöglicht, dass man noch ein zweites, ähnliches Pendel zwischen Licht und Auge in der auf dem Tische verzeichneten Verbindungslinie beider aufstellt. Da der untere Theil der cylindrischen Gasflamme bläulich und durchsichtig ist, so kann man durch denselben nach dem Faden des letzterwähnten Pendels und dem untersuchten Auge visiren, wobei die geringste seitliche Verschiebung des Auges leicht bemerkbar wird. Prüft man vor und nach einer jeden Beobachtung den richtigen Stand des Auges, was durch einen einfachen Blick ohne Zeitverlust geschieht, so ist man über diese Fehlerquelle Herr. Eine andere Fehlerquelle aber, welche sich nur bis zu einem gewissen Grade durch gute Beleuchtung eliminiren lässt, liegt in der grösseren oder geringeren Undeutlichkeit, mit welcher der Pupillarrand im Ophthalmometer erscheint. Dieser Rand stellt nämlich keine mathematische Linie dar, sondern zeigt eine gewisse, wenn auch geringe Breite. Ebenso ist das Hornhautbildchen, welches auf den Pupillarrand eingestellt wird, nicht als mathematischer Punkt anzusehen. Seine Ausdehnung wird um so geringer, je lichtstärker und kleiner die Flamme ist. Mit einiger Uebung und durch Wiederholung der Beobachtungen an demselben Auge, was nach einmaliger Aufstellung des Apparates leicht geschieht, ist es übrigens möglich, einen Mittelwerth zu erhalten, welcher mir richtiger zu sein scheint, als die auf andere Weise bis jetzt gewonnenen Resultate. Ich will nun sowohl die scheinbaren als die wahren Werthe für die Lage der Pupillarebene tabellarisch zusammenstellen. Es ergab sich bei diesen Messungen, dass bei der Accommodation neben dem bekannten Vorwärtsrücken der Pupillarfläche auch ihr Mittelpunkt, welcher immer nach innen von der Hornhautaxe gefunden wurde, noch etwas

weiter nach der Nasenseite zu rückte.*) Der vordere Linsenscheitel ist nun nicht gerade in der Ebene der Pupille gelegen, sondern um etwa 0,1 Mm. mehr nach vorn. Wir werden diese Correktion später bei der Berechnung der Dicke der Linse und der Cardinalpunkte des Auges nicht vernachlässigen. Zu ihrer Bestimmung ist noch die Kenntniss der Grösse des Krümmungsradius der vorderen Linsenfläche nothwendig. Deshalb und wegen der Gleichförmigkeit der beiden Theile der Tabelle geben wir hier nur die Lage der Pupillarfläche an. Jede Zahl stellt einen Mittelwerth aus vier bis acht Beobachtungen dar.

Auge des	Abstand der Pupillarebene vom Hornhautscheitel beim				Die Pupillarebene rückt bei der Accommodation vorwärts um**)
	Fernsehen.		Nahesehen.		
	scheinbarer Abst.	wahrer Abst.	scheinbarer Abst.	wahrer Abst.	
Joh. S. . . .	3,1390	3,6924	2,6110	3,1343	0,5581
Hein. S. . .	3,1386	3,7073	2,6791	3,1533	0,5540
Ferd. S. . .	2,9640	3,4774	2,3507	2,8295	0,6479
Herm. S. . .	3,0676	3,5786	2,4603	2,9432	0,6354

*) Daraus geht hervor, dass die Pupille sich nicht von allen Seiten gleichmässig verengert, oder, dass bei der Erweiterung derselben die Excursion der äusseren Radialfasern der Iris grösser ist, als die der innern.

**) Das Maass ist hier, wie bei den folgenden Tabellen, der Millimeter.

Auge des	Abstand des Mittelpunktes der Pupille von der Hornhautaxe beim Fernsehen.		Nahesehen.		Der Mittelpunkt d. Pupille rückt bei der Accommodation weiter nach innen um
	scheinbarer Abst.	wahrer Abst.	scheinbarer Abst.	wahrer Abst.	
Joh. S. . . .	0,3230	0,2843	0,3828	0,3439	0,0596
Hein. S. . .	0,3172	0,2206	0,3648	0,3245	0,0439
Ferd. S. . .	0,2592	0,2275	0,4042	0,3649	0,1374
Herm. S. . .	0,2197	0,1921	0,3183	0,2855	0,0934

Die Verrückung der Ebene und des Mittelpunktes der Pupille bei der Accommodation wurde hier durch Subtraction der Entfernungen derselben beim Nahesehen von denen beim Fernsehen gefunden. Es giebt zwei andere Methoden, um das Vorrücken der vorderen Linsenfläche zu beobachten. Die eine gründet sich auf die Veränderung des gegenseitigen Abstandes des Hornhaut- und des vorderen Linsenbildchens, wenn beide spiegelnde Flächen ihre Entfernung zu einander ändern. Dieses diente bekanntlich Cramer und Donders zum Beweise, dass beim Nahesehen die vordere Linsenfläche sich der Hornhaut nähert. Nach einer mündlichen Mittheilung von Donders ist er im Stande, durch Beobachtung dieser Bildchen mittels eines am Phakeidoscop (Cramer's Ophthalmoscop) angebrachten Mikrometers die Grösse dieser Näherung zu messen. Mit welcher Genauigkeit dieses auszuführen ist, kann ich nicht beurtheilen, da mir das Instrument zu Versuchen nicht zu Gebote stand und ich genauere Angaben darüber nicht kenne. Nach der zweiten Methode hat Helmholtz die

Grösse der Vorwärtsbewegung der Pupillarfläche an zwei Augen je zu 0,44 und 0,36 Mm. bestimmt. Sie beruht darauf, dass der Beobachter von der Seite her die Pupillarränder betrachtet, während der Beobachtete bei fixirtem Kopfe abwechselnd einen nahen und fernen Punkt, welche beide in derselben geraden Linie mit seinem Pupillenmittelpunkte liegen, scharf ansieht. Helmholtz selbst bezeichnet die auf diese Weise gefundenen Werthe nur als approximative. Das Nähere darüber kann man in seiner, von uns schon öfter citirten vorzüglichen Abhandlung, pag. 36. Bd. I. Abth. 2. dieses Archivs oder in seiner Physiologischen Optik nachlesen.

Ort des hinteren Linsenscheitels,

Das Beobachtungsverfahren war im Wesentlichen, wie es Helmholtz (l. c. pag. 51) angegeben hat. Zur Erläuterung diene Folgendes, worin zugleich die Verhältnisse, unter denen die hier mitzutheilenden Messungen vorgenommen wurden, dargestellt sind. In Fig. 2. stellt MAN einen horizontalen Durchschnitt durch die Hornhaut vor, OcS desgleichen durch die hintere Fläche des Kristallkörpers, F ist ein 2,12 Mt. vor dem Auge stehendes Gesichtszeichen, wenn die Beobachtung die Messung bei der Accommodation für die Ferne bezweckt. LF ist die durch die Knotenpunkte (k) des Auges gehende Sehlinie, welche von der Hornhautaxe (CAH) um den früher bestimmten und jetzt auf dem Tische bezeichneten Winkel FkH abweicht. In G_2 steht 2,12 Mt. vor dem Auge eine helle cylindrische Gasflamme, in G_1 befindet sich in gleichem Winkelabstande mit der Gasflamme ein Fernrohr, durch welches der Beobachter das hintere Linsenbildchen dieser Flamme be-

trachtet, indem er das von derselben zugleich erzeugte Hornhaut-, sowie das vordere Linsenbildchen unbeachtet lässt. Wir wollen vorerst von der Brechung, welche die einfallenden und reflectirten Strahlen auf ihrem Wege von der Hornhaut bis zur hinteren Linsenfläche und umgekehrt erfahren, absehen und uns vorstellen, vor dem reflectirenden Concavspiegel, welchen die hintere Linsenfläche bildet, befinde sich nur Luft. Alsdann erhalten wir, wie es in Fig. 2. anschaulich gemacht ist, den scheinbaren Ort des spiegelnden Punktes c, dessen Lage im Auge zu bestimmen, unsere Aufgabe ist. c ist offenbar der Durchschnittspunkt der Richtunglinie $(G_1 D_1)$ des Fernrohrs mit der hinteren Linsenfläche. Vertauschen wir nun die Orte des Fernrohrs und der Gasflamme so, dass der Beobachter durch das in G_2 befindliche Fernrohr nach dem hinteren Linsenbilde der jetzt in G_1 stehenden Flamme sieht, so ist die spiegelnde Stelle wieder der Punkt c, welcher jetzt auch in der Richtungslinie $G_2 D_2$ des Fernrohrs gelegen ist. Da wir nun die Punkte D_1 und D_2 nicht kennen, so wissen wir auch nicht, welchen Verlauf die Linien $G_1 D_1$ und $G_2 D_2$ im Auge nehmen, mithin ist uns auch ihr Durchschnittspunkt c unbekannt. Der Verlauf derselben wird gegeben, sobald wir, neben ihren bekannten Endpunkten G_1 und G_2, noch einen Punkt von bekannter Lage in jeder derselben auffinden können, denn durch zwei Punkte ist die Lage einer geraden Linie bestimmt. Helmholtz wählte dazu auf sehr sinnreiche Weise zwei Hornhautbildchen, deren Orte leicht zu bestimmen sind. Man stellt zu dem Ende, wenn das Fernrohr in G_2 steht, noch eine zweite sehr kleine Gasflamme (E_2) in solcher Entfernung von der Hornhautaxe CH auf, dass ihr Hornhautreflexbildchen in den Punkt b_2 zu liegen kommt, in welchem die Linie $G_2\ c$ die

Brennebene (PQ) des Hornhautspiegels schneidet. Dieses ist dann der Fall, wenn das kleine Hornhautbildchen b_2 dem Beobachter das hintere Linsenbildchen c der Flamme G_1 gerade verdeckt. Dasselbe Verfahren wird wiederholt, wenn das Fernrohr in G_1 steht. Hat dann die kleine Flamme E_1 nicht denselben Abstand von der Hornhautaxe, wie vorher E_2 (ich fand die Abstände niemals gleich), so geht daraus hervor, dass die scheinbare Lage des Punktes c nicht in der Axe der Hornhaut, sondern auf der Seite von ihr liegt, auf welcher die kleine Flamme weiter von der Hornhautaxe absteht. Dieses war in den untersuchten Augen immer die Nasenseite. Fig. 2. macht dieses Verhältniss deutlich. Die Lage von c ist nun leicht zu bestimmen. Nennen wir die Senkrechte $b_1 d$ wieder β_1, $b_2 d$ wieder β_2 und setzen $dC = dA - {}^1/_2 R$, so ist

$$\beta_1 = {}^1/_2 R \, tg \, G_1 pH \text{ und}$$
$$\beta_2 = {}^1/_2 R \, tg \, G_2 mH.$$

Diese beiden Winkel, welche wir bei der vorderen Linsenfläche α_1 und α_2 genannt haben, sind hier gleich zu setzen, denn wenn auch der Scheitel des einen einen oder einige Mm. hinter dem des andern liegt, so ist dieses bei einer Tangentenlinie von 2120 Mm. zu vernachlässigen. Die Ableitung der Coordinaten des Punktes c führt zu ähnlichen Formeln, wie die für den Mittelpunkt der Pupille [(I) und (II) pag. 11 und 12]. Wir finden nämlich

$$ch = y = \frac{\beta_1 \, tg \, \alpha_2 - \beta_2 \, tg \, \alpha_1}{tg \, \alpha_1 + tg \, \alpha_2}$$

und wegen der Gleichheit von α_1 und α_2

$$y = \frac{tg \, \alpha_1 \, (\beta_1 - \beta_2)}{2 \, tg \, \alpha_1} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (V)$$

Die Entfernung $h\,A$ vom Hornhautscheitel ist

$$(\mathrm{VI}) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad x = {}^1/_2\,R + \frac{\beta_1 + \beta_2}{2\,tg\,\alpha_1}.$$

Danach lässt sich die scheinbare Lage des Punktes *c* berechnen. Sie weicht nicht viel von der wahren ab, weil *c* nahe am hinteren Knotenpunkte des Auges liegt.

Die Strahlen, welche von dem wahren spiegelnden Punkte ausgehen, erleiden, ehe sie das Auge des Beobachters treffen, eine doppelte Ablenkung ihrer Richtung, zuerst durch das Kristalllinsensystem und zweitens an der Hornhautvorderfläche bei ihrem Uebertritte aus der wässerigen Feuchtigkeit in die Luft. Ihr virtueller Vereinigungspunkt für ihren Verlauf in der Luft ist die gefundene scheinbare Lage von *c*, desen Coordinaten wir x und y genannt haben, und deren Werthe in der nachfolgenden Tabelle angegeben sind. Betrachtet man *c* als den ersten von zwei zusammengehörigen Vereinigungspunkten im Hornhautsystem, so lässt sich der zweite im humor aqueus gelegene nach den p. 12 und 13 angegebenen Formeln (III) und (IV) berechnen. Seine Coordinaten sind ebenfalls in der Tabelle verzeichnet. Dieser im humor aqueus gelegene Punkt ist nun wieder als ein Vereinigunspunkt für das Kristalllinsensystem anzusehen. Da wir aber die optischen Constanten desselben noch nicht kennen, so berechnen wir den zweiten dazu gehörigen Vereinigungspunkt, indem wir die Cardinalpunkte der Linse aus Listing's schematischem Auge entlehnen. Wir finden so, dass dann der im humor aqueus bestimmte Punkt *c* noch um 0,157 Mm. weiter nach hinten rückt (siehe Helmholtz l. c. pag. 55). Welchen Einfluss aber die Brechung in der Kristalllinse auf den Abstand des spiegelnden Punk-

tes von der Hornhautaxe äussert, sind wir nicht im Stande zu bestimmen, weil wir die Lage der Linsenaxe nicht kennen. Je nach der Lage des Krümmungsmittelpunktes der hinteren Linsenfläche ist es nämlich möglich, dass *c* sowohl sich nach der Nasenseite als auch nach der Schläfenseite zu bewegt. Indessen ist aus dem, was pag. 6 bis 8 mitgetheilt worden ist, ersichtlich, dass die Abweichung der Trennungsflächen von einer richtigen Centrirung so gering ist, dass die wahre Abweichung des Punktes *c* von der Hornhautaxe höchstens um einige Zehntels-Millimeter von der scheinbaren abweichen kann. Wir können demnach ohne einen nicht zu vernachlässigenden Fehler in dem Ergebniss unserer Untersuchung zu fürchten, den spiegelnden Punkt *c* als den hinteren Linsenscheitel ansehen.

Nachdem wir so die Lage desselben beim Fernsehen mit genügender Genauigkeit festgestellt, haben wir noch dasselbe beim Nahesehen zu thun. Wenn man bei gleicher Aufstellung der Apparate das ruhig gehaltene, untersuchte Auge, nachdem es ein fernes Object angesehen hatte, jetzt einen nahen, in der Gesichtslinie und im Nahepunkte des deutlichen Sehens befindlichen Gegenstand fixiren liess, so war eine Bewegung des hinteren Linsenbildchens nicht zu beobachten. Genauer zu beurtheilen ist eine solche Bewegung, wenn man, wie ich es immer gethan, das hintere Linsenbildchen durch das Hornhautbildchen nicht gedeckt werden lässt, sondern es vertical etwas über oder unter dasselbe stellt. Dieses ist leicht zu bewirken, indem man das beobachtete Auge einen etwas höher oder tiefer gelegenen Punkt des vertical stehenden Gesichtszeichens fixiren lässt. Es ist nämlich leichter zu beurtheilen, ob zwei Punkte senkrecht übereinander stehen, als ob sie genau aufeinander oder

nur aneinander liegen. Die Grösse des Irrthums bei dem letzten Stande der Bildchen wächst mit deren Ausdehnung. Kann man nun daraus, dass die scheinbare Lage der hinteren Linsenfläche bei den Beobachtungen mit dem Fernrohr auf die angegebene Weise sich nicht ändert, den Schluss ziehen, dass auch die wirkliche Lage derselben bei der Accommodation ungeändert bleibt? Darauf ist zu antworten, dass nach den Gesetzen der Dioptrik eine, wiewohl sehr kleine, Ortsveränderung derselben stattfinden muss. Denken wir uns die Kristalllinse aus einer homogenen Substanz bestehend und legen ihr einen aus Messungen ihrer Brennweite, Dicke und Krümmungsradien am todten Auge berechneten (Helmholtz) Totalbrechungscoëfficienten bei, so lässt sich berechnen, wie viel sich in Wirklichkeit der Pnnkt *c* verschoben hat, wenn beim Uebergange des Auges aus dem Zustande des Fernsehens in den des Nahesehens das Bild von *c* im humor aqueus seinen Ort nicht verändert hat. Ich habe mit Zugrundelegung dieses Brechungsindex die Cardinalpunkte der Linse an den vier gemessenen Augen berechnet (siehe weiter unten die allgemeine Tabelle). Wir können daher diese Werthe hier benutzen. Wenn dieses Verfahren auch nicht streng richtig ist, da einestheils die Entfernung der Knotenpunkte der wirklichen Kristalllinse wegen ihres geschichteten Baues geringer ist, als unsere Rechnung ergab, anderentheils es streng genommen nicht gestattet ist, denselben totalen Brechungsindex beim Fern- und Nahesehen beizubehalten, so trägt dieses gerade dazu bei, dass unsere berechnete Verschiebung des hinteren Linsenscheitels noch etwas grösser ausfällt, als sie in Wirklichkeit ist. Wir finden also bei diesem Verfahren das Maximum des begangenen Fehlers, wenn wir annehmen, der hintere Linsenscheitel ändert beim Nahesehen

seinen Ort nicht, schon überschritten. Nehmen wir dabei die Linse des Heinr. Somm. als Beispiel, so finden wir ihren vorderen Knotenpunkt beim Nahesehen 2,0859 Mm. hinter dem vorderen Linsenscheitel, den hinteren Knotenpunkt 2,1107 Mm. vor dem hinteren Linsenscheitel gelegen. Die Lage des Bildes von *c* im hum. aqu. wurde 2,1606 Mm. hinter dem ersten Hauptpunkte (welcher hier auch 1. Knotenpunkt ist) gefunden. Die Brennweite dieser Linse beim Nahesehen beträgt 29,222 Mm. Das erste und letzte Mittel dieses Systems, hum. aqu. und humor vitreus, können wir gleich setzen. Nennen wir s die Bildweite, welche, weil sie hinter dem ersten Hauptpunkte liegt, negativ ist, so wird die dazu gehörige Objectweite x gefnnden durch die Formel

$$\frac{F_1}{-s} + \frac{F_2}{x} = 1.$$

Da F_1 gleich F_2 ist, so ist $x = \frac{F_1 \, s}{s + F_1} = 2{,}0118$ Mm.

Weil x einen positiven Werth hat, so liegt der Objectpunkt (der hintere Linsenscheitel) 2,0118 Mm. hinter dem zweiten Hauptpunkte der Linse.

Danach hat sich also der hintere Linsenscheitel bei der Einstellung des Auges für das Nahesehen um 0,0989 Mm. nach vorn bewegt. Nehmen wir an, der hintere Linsenscheitel behalte beim Nahesehen dieselbe Lage bei, welche er beim Fernsehen einnimmt, so berechnet sich die Lage seines Bildes in dem genannten Auge zu 2,2750 Mm. hinter dem ersten Hauptpunkte der Linse. Die scheinbare Lage von *c*, welche beim Fernsehen 7,2998 Mm. hinter dem Hornhautscheitel war (siehe die folgende Tabelle), wird dann beim Nahesehen 7,4141 Mm., das heisst der scheinbare Ort des hinteren Linsenscheitels müsste um 0,114 Mm.

zurückrücken, wenn der Scheitel selbst seine Lage beibehielte. Diese Grösse mag allerdings zu gering sein, um der Beobachtung nicht zu entgehen (vergl. Helmholtz, Physiol. Opt. pag. 114.) Wenden wir dieselbe Betrachtungsweise auf die drei anderen Augen an, so finden wir, dass der Scheitel der hinteren Linsenfläche beim Nahesehen vorrückt bei

Joh. Som.	um	0,0563	Mm.
Heinr. Som.	„	0,0989	„
Ferd. Schm.	„	0,1090	„
Herm. Schil.	„	0,0874	„

Da diese Grössen so gering sind und die wahren Werthe, wie wir gesehen haben, noch etwas übersteigen, so wird man in den meisten Fällen, wo dieser Theil der Dioptrik des Auges zur Anwendung kommt, mit Helmholtz annehmen können, „dass der wahre Ort des hinteren Linsenscheitels bei der Accommodation nicht merklich geändert wird."

In der folgenden Tabelle ist seine Lage angegeben.

Ort des hinteren Linsenscheitels

Auge	scheinbarer				wahrer
	in Luft.		in humor aqueus.		Abst. vom Hornhautscheitel.
	x	y	x	y	
Joh. S. . . .	7,2261	0,1694	7,3557	0,1256	7,5127
Heinr. S. . .	7,0828	0,1432	7,2998	0,1105	7,4568
Ferd. S. . .	6,9415	0,3879	6,9964	0,2925	7,1534
Herm. S. . .	6,8749	0,1548	6,9441	0.1195	7,1011

x bedeutet den Abstand des hinteren Linsenscheitels vom Hornhautscheitel, y den von der Hornhautaxe.

Krümmungsradius des centralen Theils der vorderen Linsenfläche beim Fern- und Nahesehen.

Beobachtungsverfahren. Auf einem Tische liegt ein etwa 1 Fuss hoher Kasten (*H K*, Fig. 3.). Auf demselben befindet sich ein kleiner Spiegel (*S P*) in wagerechter Lage etwa einen Zoll über der Oberfläche des Kastens. Dicht am hinteren Rande des Spiegels ist das Auge (*O*) des Beobachteten, dessen Kinn sich zur bequemeren Haltung des Kopfes auf eine Unterlage stützt. Auf dem Kasten steht vor dem Spiegelchen ein Cigarrenkistchen (*C G*), dessen hintere Wand hinweggenommen ist und in dessen vorderer Wand sich ein Ausschnitt befindet, welcher durch ein auf- und abwärts verschiebbares Holzplättchen ausgefüllt wird. Nahe an dem unteren Ende dieses Plättchens (bei *g*) ist ein Loch von etwa 5 Mm. Durchmesser, in dessen Ebene ein Fadenkreuz ausgespannt ist. Die geradlinige Verlängerung der Verbindungslinie des Auges mit dem Fadenkreuze führt zu einer verticalen Lichtlinie (*L L*), welche durch den unvollkommenen Schluss der Läden eines 4 Mt. entfernten Fensters gebildet wird. Das Zimmer ist, wie bei all diesen Beobachtungen, verdunkelt. Zur Seite des Kastens steht in einer Entfernung von 29,5 Cm. von der Mittellinie *O L* ein helles Gaslicht *B*, und 22 Cm. von der Mittellinie entfernt ein anderes kleineres *b*. Beide können mit Leichtigkeit höher und tiefer gestellt werden, ohne ihre Entfernung vom Auge zu ändern. Diese beträgt bei beiden 33 Cm. Eine gerade Verbindungslinie derselben wird also nicht wie bei den Helmholtz'schen Versuchen (Arch. f. Opth. I, 2. p. 46.) die Mittellinie lothrecht schneiden, sondern mit ihr einen nach dem Auge zu spitzen Winkel bilden. Das Gas

wird durch Kautschukröhren zu den Brennern geleitet, und die Lichtstärke der Flammen kann durch Hähne nach Belieben geändert werden. Zwischen beiden Lichtern steht ein Massstab *MN*, an welchem die Höhe derselben über die Spiegelebene hin abgelesen werden kann. Auf der andern Seite der Mittellinie sieht der Beobachter, dessen unbewaffnetes Auge *A* sich nur wenig über der Spiegelebene befindet, in das Auge des Beobachteten, so dass seine Gesichtslinie *AO* ungefähr denselben Winkel mit der Mittellinie bildet, wie die Verbindungslinie der grossen Flamme und des beobachteten Auges. Der Spiegel bewirkt, dass in diesem letzteren Doppel-Reflexbilder von jeder Flamme entstehen. Die Grösse der gespiegelten Gegenstände, welches die beiden Flammen sind, ist gegeben durch den doppelten Abstand derselben von der verlängerten Spiegelebene. Die grosse Flamme dient zur Erzeugung zweier Reflexbildchen der vorderen Linsenfläche. Sie bleibt, wenn einmal ihre zweckmässige Erhebung über der Spiegelebene gefunden ist, unverrückt stehen. Das Fadenkreuz bei *g* ist das Gesichtszeichen für die Nähe. Seine Verschiebbarkeit macht es möglich, der Axe des beobachteten Auges jede Lage über der Horizontalebene zu ertheilen. Die für die Beobachtung zweckmässigste Lage der Augenaxe ist leicht zu finden und kann durch Fixirung des Gesichtszeichens so lange als nöthig erhalten werden. Während nun der Beobachtete das Fadenkreuz scharf ansieht, wird die kleine Flamme so lange auf- oder abwärts verschoben, bis ihr Doppelbild der Hornhaut genau dieselbe scheinbare Dimension angenommen hat, wie das doppelte vordere Linsenbild der grossen Flamme. Ist dies der Fall, so wird die Erhebung der kleinen Flamme über der Spiegelebene gemessen. Lässt man nun den Beobachteten durch

das Loch bei g die Lichtlinie des Fensters ansehen, so stellt sich damit sein Auge für die Ferne ein und man sieht die übereinanderstehenden Doppelbilder der vorderen Linsenfläche bedeutend auseinander weichen. Man schiebt dann das kleine Licht so weit in die Höhe, bis seine beiden Hornhautbildchen wieder dicht neben den vorderen Linsenbildchen der grossen Flamme stehen. Darauf wird wieder die Erhebung der kleinen Flamme über der Spiegelebene gemessen. Durch Wiederholung dieser Versuche erhält man auf leichte Weise eine erforderliche Anzahl Beobachtungen, um einen möglichst genauen Mittelwerth daraus ableiten zu können.

Wir haben also in jedem Versuche gleich grosse Spiegelbilder von ungleich grossen, aber gleich weit entfernten Gegenständen erhalten. Die Brennweiten spiegelnder Systeme verhalten sich für ferne Gegenstände, wie Helmholtz angiebt, umgekehrt wie die Grösse der Gegenstände. Denken wir uns die spiegelnden Systeme in ihrer einfachsten Form als zwei Kugelflächen von verschiedenen Krümmungsradien (Fig. IV. $Ec_1 = R_1$ zu $M_1 E N_1$, und $Ec_2 = R_2$ zu $M_2 E N_2$) und lassen wir dabei die Gegenstände so weit abstehen, dass wir die Brennweite gleich dem halben Radius setzen können, so ist der Beweis einfach folgender: $g_1 e_1$ sei das von $M_1 E N_1$ gespiegelte Bild des Gegenstandes $A D_1 = B_1$. $g_2 e_2$ das von $M_2 E N_2$ gespiegelte Bild von $A D_2 = B_2$. Die Grösse der beiden gleichen Bilder sei β. Die Distanz der Gegenstände von den brechenden Flächen sei d. Wir haben dann

$$\frac{B_1}{\beta} = \frac{R_1 + d}{{}^1/_2 R_1} \text{ und}$$

$$\frac{B_2}{\beta} = \frac{R_2 + d}{{}^1/_2 R_2}.$$

Dividiren wir beide Gleichungen durcheinander, so erhalten wir

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{{}^1/_2 R_2 (R_1 + d)}{{}^1/_2 R_1 (R_2 + d)}.$$

Da die Differenzzwischen R_1 und R_2 im Vergleich zu d eine sehr kleine, zu vernachlässigende Grösse ist, so ergiebt sich, wenn wir q_1 die Brennweite von $M_1 E N_1$ und q_2 die von $M_2 E N_2$ nennen:

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{{}^1/_2 R_2}{{}^1/_2 R_1} = \frac{q_2}{q_1}.$$

Auf diesem Satze beruht die Verwerthung unserer Versuche. Das erste spiegelnde System, die Hornhaut, ist uns bekannt und diente nur zur Bestimmung der Brennweite des zweiten. Kennen wir die doppelte Erhebung der kleinen Flamme über der Ebene des Spiegelchens (*SP* in Fig. III) B_1, die der grossen Flamme B_2, die Brennweite der Hornhaut ${}^1/_2 R$, die des Systems der vorderen Linsenfläche aber q, so finden wir die Brennweite dieser letzteren nach der Formel

$$q = \frac{{}^1/_2 R_1 \,.\, B_1}{B_2}.$$

Darnach berechnet fanden wir die

Brennweite des spiegelnden Systems der vorderen Linsenfläche

Auge	beim Fernsehen.	beim Nahesehen.
Johann Sommer	5,5167	3,2945
Heinrich Sommer	5,3000	2,5697
Ferdinand Schmidt	5,6176	2,7291
Hermann Schiller	6,9548	2,9164

Jede Zahl ist ein Mittelwerth aus mindestens vier Beobachtungen. Diese Werthe geben die Hauptbrennweite unseres dioptrisch-katoptrischen Systems an, d. h. die Entfernung des Brennpunktes vom zweiten Hauptpunkte des Systems. Wir müssen daher noch den Ort des Brennpunktes mit Bezug auf einen uns bekannten Punkt, (wir wählen als solchen wieder den Hornhautscheitel) bestimmen. Der Entwicklung legen wir die speziellen Verhältnisse, mit denen wir es im menschlichen Auge zu thun haben, zu Grunde, da sich an denselben die Ableitung der Formel auch in ganz allgemeiner Weise darstellen lässt. Fig. 5 stelle einen Durchschnitt des Auges durch eine Längsaxe $P_1 P_2$ vor. $M_1\,a\,N_1$ ist die Durchschnittslinie der Hornhaut, $M_2\,\alpha\,N_2$ die der vorderen Linsenfläche; der Abstand beider in der Axe $a\,\alpha$ sei gleich d. Es ist zu berücksichtigen, dass derselbe bei den verschiedenen Zuständen der Accommodation sich ändert. C_1 sei der Krümmungsmittelpunkt der Hornhaut, C_2 derjenige der vorderen Linsenfläche, P_2 der refractive hintere Brennpunkt der Hornhaut; $f_{,,} = a\,P_2$ die hintere (in humor aqueus gelegene), f_1 die vordere Brennweite des Hornhautsystems. Fällt nun paralleles Licht, wovon wir einen Strahl Lm zeichnen, auf dieses combinirte brechend-spiegelnde System, so wird es zuerst an der Hornhaut nach dem hinteren Brennpunkte zu gebrochen. Auf diesem Wege gelangt es durch das Kammerwasser zur vorderen Linsenfläche, wird daselbst (bei o) zurückgeworfen, indem es mit dem Einfallslothe $C_2\,o\,c_2$ einen gleichen Winkel wie der auffallende Strahl $m\,o$ bildet. Der virtuelle Vereinigungspunkt der zurückgeworfenen Strahlen während ihres Verlaufes im Kammerwasser ist X. P_2 und X sind demnach conjugirte Vereinigungspunkte, welche nach den Gesetzen der Reflexion an einer convexen Spiegel-

fläche, deren Radius wir r nennen wollen, durch die Gleichung

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{d - f_{,,}} = \frac{2}{r}$$

mit einander verbunden sind. x bedeutet die Bildweite aX.

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{r} - \frac{1}{d - f_{,,}} = \frac{2(d - f_{,,}) - r}{r(d - f_{,,})}$$

$$x = \frac{r(d - f_{,,})}{2(d - f_{,,}) - r}.$$

Die reflectirten Strahlen werden bei ihrem Austritte aus dem Auge an der äussern Hornhautoberfläche (bei s) noch einmal gebrochen und zwar so, dass sie sich von dem Einfallslothe $C_1 s c_1$ entfernen und in der Richtung $s l$ das Auge verlassen. Ihr virtueller Vereinigungspunkt ist Y, der Ort des vorderen Linsenbildchens weit entfernter Gegenstände. Der erste conjugirte Vereinigungspunkt, oder der Gegenstand des Bildes Y, ist für die ausfahrenden Strahlen mit Bezug auf das Hornhautsystem der Punkt X. Da dieses sich auf den Gang der Strahlen im humor aqueus, Y (dessen Entfernung [$a Y$] vom Hornhautscheitel wir y nennen) auf den Gang der Strahlen in der Luft bezieht, so sind ihre Vereinigungsweiten verbunden durch die Gleichung

$$\frac{f_{,}}{y} + \frac{f_{,,}}{d - x} = 1.$$

x ist eine positive Grösse, wenn das Spiegelbild im humor aqueus ein reelles, eine negative dagegen, wenn es, wie in unserer Zeichnung, wo die spiegelnde Fläche eine convexe ist, ein virtuelles Bild ist.

$$\frac{f_{,}}{y} = 1 - \frac{f_{,,}}{d-x} = \frac{d-x-f_{,,}}{d-x}$$

$$y = \frac{f_{,}(d-x)}{d-x-f_{,,}}.$$

Diese Gleichung giebt den Abstand des Brennpunktes des combinirten dioptrisch-katoptrischen Systems vom Hornhautscheitel an; durch unsere Beobachtungen haben wir aber dessen Abstand vom zweiten Hauptpunkte dieses Systems gefunden. Wir haben also auch den Ort des zweiten Hauptpunktes noch zu bestimmen. Von den beiden Hauptpunkten soll jeder des andern Bild sein. Lassen wir das combinirte System nur aus zwei kugeligen Flächen, welche durch ein gemeinschaftliches mittleres Medium getrennt sind, bestehen, so müssen die beiden Hauptpunkte ein gemeinschaftliches Bild im mittleren Mittel besitzen, weil ein Strahl, welcher im ersten Mittel durch den ersten Hauptpunkt geht, im letzten durch den zweiten gehen muss (siehe Helmholtz Phys. Opt. pag. 56). Dieses ist der Punkt α (Fig. 6.), der Durchschnittspunkt der Axe mit der spiegelnden Fläche. Ein Strahl Lm, dessen Verlauf im ersten Medium durch den ersten Hauptpunkt Z geht, trifft im mittleren den Punkt α, wird von demselben zurückgeworfen und nach seiner letzten Brechung geht seine Verlängerung rückwärts wieder durch den Punkt Z. Man sieht daraus, dass hier die beiden Hauptpunkte des combinirten Systems zusammenfallen. Die Entfernung z des Punktes Z vom ersten Hauptpunkte des brechenden Systems (dem Hornhautscheitel) ist demnach bestimmt durch die Gleichung der beiden conjugirten Vereinigungspunkte Z und α im Hornhautsystem

$$\frac{f_{,}}{z} + \frac{f_{,,}}{d} = 1, \text{ woraus}$$

$$z = \frac{df_{,}}{d-f_{,,}}.$$

Im Punkte Z liegen auch zugleich die zusammenfallenden Knotenpunkte des combinirten Systems; denn ein Strahl, welcher im ersten Mittel nach dem ersten Knotenpunkte hinzielt, verläuft im letzten Mittel so, dass er, auf der andern Seite der Axe liegend, durch den zweiten Knotenpunkt geht, indem er mit der Axe des Systems denselben Winkel, wie der Strahl im ersten Medium bildet.

Nachdem wir nun die Entfernungen der zusammenfallenden Hauptpunkte und der zusammenfallenden Brennpunkte des ganzen Systems vom Hornhautscheitel bestimmt haben, so ergiebt die Subtraction beider durch die Beobachtung gefundene Brennweite des combinirten brechenden und spiegelnden Systems, nämlich

$$q = y - z.$$

Durch Einsetzung ihrer Werthe erhalten wir

$$q = \frac{f_{,}(d-x)}{d-x-f_{,,}} - \frac{df_{,}}{d-f_{,,}}$$

$$p = \frac{(df_{,}-f_{,}x)(d-f_{,,}) - df_{,}(d-f_{,,}) + df_{,}x}{(d-f_{,,})(d-x-f_{,,})}$$

$$q = \frac{f_{,}f_{,,}x}{(d-f_{,,})(d-x-f_{,,})}$$

$$q = \frac{f_{,}f_{,,}}{(d-f_{,,})\left(\frac{d-f_{,,}}{x} - 1\right)}$$

Durch Einsetzung des Werthes von x erhält man nun

$$q = \frac{f_{,}f_{,,}}{(d-f_{,,})\left(\frac{2(d-f_{,,})-r}{r} - 1\right)}; \text{ oder}$$

$$q = \frac{rf_{,}f_{,,}}{2(d-f_{,,})(d-f_{,,}-r)}.$$

Da q durch die Beobachtung gefunden ist, so lässt sich daraus r, der Krümmungsradius der spiegelnden Fläche berechnen.

$$2\,q\,(d - f_{,,})^2 = r\,f_{,}\,f_{,,} + r\,2\,q\,(d - f_{,,})$$

woraus die Helmholtz'sche Formel 5) (Arch. I, 2. p. 49).

$$\left.\begin{aligned} r &= \frac{q\,(d - f_{,,})^2}{{}^1/_2 f_{,} f_{,,} + q\,(d - f_{,,})} \\ r &= \frac{q\,(f_{,,} - d)^2}{{}^1/_2 f_{,} f_{,,} - q\,(f_{,,} - d)} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (VII)$$

Bei der Rechnung ist in unserm Falle zu berücksichtigen, dass q als virtuelles Bild negativ zu nehmen ist, weshalb wir die Formel schreiben

$$r = -\frac{q\,(f_{,,} - d)^2}{{}^1/_2 f_{,} f_{,,} + q\,(f_{,,} - d)}.$$

Die so gefundenen Werthe sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Auge.	Krümmungsradius der vorderen Linsenfläche beim	
	Fernsehen.	Nahesehen.
Joh. Sommer	8,2972	5,9213
Heinr. Sommer	7,9459	4,8865
Ferd. Schmidt	7,8600	4,8067
Herm. Schiller	9.0641	5,0296
Mittelwerth	8,2918	5,1610

Krümmungshalbmesser des centralen Theils der hinteren Linsenfläche beim Fern- und Nasehen.

Die Bestimmung kann auf zweierlei Art geschehen: entweder man misst die Grösse der Spiegelbilder der hinteren Linsenfläche mit dem Ophthalmometer auf ähnliche Art, wie bei der Bestimmung der Krümmungsradien der Hornhaut, oder man bestimmt die Brennweite des aus der hinteren Linsenfläche und dem davorliegenden brechenden Systeme zusammengesetzten spiegelnden Systems auf dieselbe Art, wie wir dieses bei der vorderen Fläche des Kristallkörpers gesehen haben. Ich versuchte zuerst die erstgenannte Methode, fand jedoch, dass man den Flammen eine im Verhältniss zu ihrem gegenseitigen Abstande nicht zu vernachlässigende Breite ertheilen muss, wenn man so deutliche Spiegelbilder haben will, dass sie bei der Halbirung ihrer Lichtstärke durch das Ophthalmometer noch genau wahrgenommen werden können. Ich zog deshalb die andere Methode vor und bestimmte danach die Brennweite des combinirten brechenden und spiegelnden Systems, wie früher bei der vorderen Linsenfläche, nur mit dem unwesentlichen Unterschiede, dass ich die Bildchen mit einem Fernrohr, anstatt mit blossem Auge betrachtete. Die Zusammenrückung der hinteren Linsenbildchen beim Nahesehen war zwar klein, aber doch deutlich und messbar; ausser bei dem Auge des Heinrich Sommer, wo individuelle Schwierigkeiten die Messung unsicher machten. Die erhaltenen Werthe zeigt folgende Tabelle.

Auge.	Brennweite des combinirten spiegelnden Systems der hinteren Linsenfläche beim	
	Fernsehen.	Nahesehen.
Joh. Sommer	2,6801	2,4806
Heinr. Sommer	2,6768	[2,4768]
Ferd. Schmidt	3,2244	2,8068
Herm. Schiller	3,0683	2,6698

Aus den Helmholtz'schen Messungen geht hervor (Arch. I. 2. p. 59), dass der Krümmungsradius der hinteren Linsenfläche beim Fernsehen etwas mehr als die doppelte Brennweite des combinirten spiegelnden Systems dieser Fläche beträgt. Die Berechnung geschieht nach Formel (VII), nur mit dem Unterschiede, dass das vor der spiegelnden Fläche liegende System das des ganzen Auges ist. Die erforderlichen Werthe für die Brennweiten und Knotenpunkte hat Helmholtz aus Listing's schematischem Auge entlehnt. Mit Bezug auf den Zustand des Auges beim Nahesehen nimmt er an (l. c. p. 61), dass das dabei stattfindende Kleinerwerden der Brennweiten und das Vorrücken des hinteren Knotenpunktes, welche beiden Umstände einen umgekehrten Einfluss auf die Grösse des hinteren Linsenbildes ausüben, sich einander ziemlich aufheben würden, welche Annahme wir bald bestätigt sehen werden. Da nun eine strenge Genauigkeit auf diese Weise doch nicht zu erreichen ist, so habe ich zuerst, indem ich die Ergebnisse der Helmholtz'schen Untersuchung benutzte, den Krümmungsradius der hinteren Linsenfläche, sowohl beim Fern- als beim Nahesehen, gleich dem

doppelten Werthe der in letzter Tabelle verzeichneten Brennweite plus 0,1 Mm. gesetzt.

Nachdem wir nun mit unseren Untersuchungen bis hierher gekommen sind, so haben wir alle erforderlichen Stücke um die Cardinalpunkte des ganzen Auges der vier Individuen mit Zugrundelegung der an denselben durch specielle Messung gewonnenen Werthe berechnen zu können. Die so erhaltenen Resultate, welche erst weiter unten (p. 40 u. 41) mitgetheilt sind, können nun hier benutzt werden, um den Krümmungsradius der hinteren Linsenfläche beim Fern- und Nahesehen genauer zu finden, indem wir bei jedem Auge die ihm selbst angehörigen optischen Constanten der Rechnung zu Grunde legen. In der dabei gebrauchten Formel (VII) ist hier d gleich dem Abstand des hinteren Linsenscheitels vom zweiten Hauptpunkte des Auges; $f_{,,} - d$ ist gleich dem Abstand des hinteren Brennpunktes von der hinteren Linsenfläche, welchen wir p nennen wollen und auch finden können, wenn wir von der ersten Brennweite ($f_{,}$) den Abstand (ε) der hinteren Linsenfläche vom zweiten Knotenpunkte des Auges abziehen, also

$$p = f_{,} - \varepsilon = f_{,,} - d.$$

$$\text{(VIII)} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad r = \frac{q p^2}{\frac{1}{2} f_{,} f_{,,} - q p}$$

Darnach berechnet erhalten wir folgende Werthe:

Auge.	Krümmungsradius der hinteren Linsenfläche beim Fernsehen.	Krümmungsradius der hinteren Linsenfläche beim Nahesehen.
Joh. Sommer	5,3546	4,6585
Heinr. Sommer	5,4867	[4,9536]
Ferd. Schmidt	6,9012	5,6089
Herm. Schiller	6,4988	5,0855

Vergleicht man diese und die vorhergehende Tabelle, so sieht man, dass es nicht die Veränderung des brechenden Systems war, welche beim Nahesehen die Verkleinerung des hinteren Linsenbildes bedingte, dass vielmehr, wie Helmholtz voraussetzte, zwischen dem Krümmungsradius der hinteren Linsenfläche und der Brennweite ihres zusammengesetzten spiegelnden Systems so ziemlich dasselbe Verhältniss beim Nahesehen wie beim Fernsehen stattfindet.

Wir haben noch die Dicke der Linse mitzutheilen, welche wir bei den vorhergehenden Untersuchungen schon öfters mit in Rechnung zu bringen genöthigt waren. Dieselbe wird gefunden durch Subtraction des Ortes des vorderen Linsenscheitels von dem des hinteren. Jener ist nicht genau die Pupillarebene, sondern er liegt wegen der Vorwölbung der vorderen Linsenfläche noch etwas weiter nach vorn. Die Linsenwölbung war bei den vier von mir untersuchten Augen wie wir gesehen haben, nicht sehr verschieden. Die Weite der Pupille wurde bei Gelegenheit der Bestimmung der Lage der Pupillarebene beim Fern- und Nahesehen gemessen, und bei den vier Augen, das

kurzsichtige nicht ausgenommen, nahezu gleich gefunden. Aus der Pupillarweite nnd der Wölbung der vorderen Linsenfläche berechnet fand sich der Scheitel dieser letzteren etwas mehr als 0,1 Mm. über die Pupillarebene vorstehend. In Anbetracht, dass der Pupillarrand selbst, wie Helmholtz meint, auch eine Dicke von einigen Hunderttheilen eines Mm. besitzt, setzten wir überall den Scheitel der vorderen Linsenfläche um 0,1 Mm. der Hornhaut näher als der in der Tabelle auf Seite 15 angegebene Ort der Pupillarebene ist. Dann ergab sich die

Auge.	Dicke des Kristallkörpers beim	
	Fernsehen.	Nahesehen.
Joh. Sommer	3,9203	4,4784
Heinr. Sommer	3,8495	4,4035
Ferd. Schmidt	3,7760	4,4239
Herm. Schiller	3,6225	4,2579

Nachdem wir so die Lage und Krümmung der Linsenflächen beim Fern- und Nahesehen durch directe Beobachtung am lebenden Auge kennen gelernt haben, sind wir im Stande, den Einfluss zu bestimmen, welchen die Veränderungen derselben bei der Accommodation auf die Strahlenbrechung im Auge ausüben, d. h. wir können daraus einen numerischen Ausdruck für die Accommodationsbreite, von welchem wir im Anfang dieses Aufsatzes sprachen, ableiten. Dieses lässt sich nicht anders ausführen, als indem wir die optischen Constanten und Cardinalpunkte des Auges mit Zugrundelegung der durch die Messung

gefundenen Werthe für jedes Auge sowohl im Zustande der Einstellung für die Nähe als in dem für die Ferne berechnen. Wir haben dieses für die vier untersuchten Augen gethan, und da es die ersten Berechnungen der Art sind, welche mit Zugrundelegung directer Messungswerthe ausgeführt und bekannt gemacht worden sind, so wollen wir ihre Ergebnisse in einer dem Helmholtz'schen Schema (Phys. Opt. p. 111) ähnlichen Tabelle hier mittheilen. Zur Berechnung der Brennweite und der Hauptpunkte der Kristalllinse haben wir uns der Helmholtz'schen Formeln [13) und 13a) Phys. Opt. p. 60] und zu der der Cardinalpunkte des Auges der Formeln 11d), 11e) und 11f) (l. c. pag. 57 und 58) bedient.

Die optischen Constanten und Cardinal

Angenommen:

Brechungsindex des Kammerwassers bei der Berechnung des Hornhautsystems, 1,3365 (Helmholtz) . . . .
Brechungsindex des Kammerwassers und der Glasfeuchtigkeit bei den anderen Systemen $\frac{103}{77}$ (Listing) . . . .
Totaler Brechungsindex der Kristalllinse $\frac{16}{11}$ (Listing, Helmholtz) . . . . .

Gemessen:

Krümmungsradius des Hornhautscheitels im horizontalen Meridian . . . . .
" " der vorderen Linsenfläche . . . .
" " " hinteren " " . . . .
Ort des vorderen Linsenscheitels (hinter dem Hornhautscheitel) . . . . . .
" " hinteren " " " " " " . . . . .
Dicke des Kristallkörpers . . . .

Berechnet:

Vordere Brennweite der Hornhaut . . . .
Hintere " " " " " . . . .
Brennweite der Kristalllinse (in humor aqueus liegend) . . . .
Abstand des vorderen Hauptpunktes der Linse von der vorderen Fläche
" " hinteren " " " " " " hinteren "
Abstand der beiden Hauptpunkte der Linse voneinander . . . .
Hintere Brennweite des Auges . . . .
Vordere " " " " . . . .
Ort des vorderen Brennpunktes des Auges . . . .
" " hinteren " " " " . . . .
Ort des ersten Hauptpunktes des Auges . . . .
" " zweiten " " " " . . . .
" " ersten Knotenpunktes des Auges . . . .
" " zweiten " " " " . . . .
Entfernung der beiden Hauptpunkte des Auges voneinander . . . .
Lage des hinteren Knotenpunktes des Auges vor der hinteren Linsenfläche
" " " " " " " vor dem (horizontalen) Krümmungsmittelpunkt der Hornhaut . . . .
Vorrücken des hinteren Knotenpunktes bei der Accommodation . . . . . .

punkte des Auges beim Nah- und Fernsehen.

Auge des							
Johann Sommer.		Heinrich Sommer.		Ferd. Schmid.		Hermann Schiller.	
Ferne.	Nähe.	Ferne.	Nähe.	Ferne.	Nähe.	Ferne.	Nähe.
7,7705	7,7705	8,0303	8,0303	7,1653	7,1653	7,2053	7,2053
8,2972	5,9213	7,9459	4,8865	7,8600	4,8076	9,0641	5,0296
5,3546	4,6585	5,4867	[4,9536]	6,9012	5,6098	6,4988	5,0855
3,5924	3,0343	3,6073	3,0533	3,3774	2,7295	3.4786	2,8432
7.5127	7,5127	7,4568	7,4568	7.1534	7.1534	7,1011	7,1011
3.9203	4,4784	3,8485	4,4035	3,7760	4,4239	3,6225	4,2579
23,095	23,095	23,864	23,864	21,294	21,294	21,413	21,413
30,859	30,859	31,895	31,895	28,459	28,459	28.559	28.559
38,176	31,971	37,706	29.222	41,149	30,944	43,133	30,939
2,2420	2,3180	2,1655	2,0859	1,9488	1,9239	2,0117	1,9447
1,4484	1,9416	1,4591	2,1107	1,5989	2,2871	1,3845	2,1032
0,2299	0.2188	0.2249	0,2069	0,2283	0.2129	0.2263	0,2100
18,640	17,165	18.742	16,650	18.265	16,085	18.607	16,150
13,951	12,847	14,023	12,458	13,666	12,035	13,951	12,109
-11,819	-10,696	-11,8646	-10,2671	-11,9098	-10,2252	-12,175	-10,230
21,180	19,759	21.347	19,313	20,4011	18,3212	20,7465	18,440
2,1321	2,1506	2,1584	2,1909	1,7562	1,8089	1,7758	1,8739
2,5400	2,5939	2,6055	2,6633	2,1361	2.2362	2,1395	2,2903
6,821	6,469	6.8774	6,3829	6,3552	5,8594	6,432	5,915
7,2289	6,9123	7,3245	6,8553	6,7383	6.2852	6,7957	6,3324
0,4079	0,4133	0,4471	0,4724	0.3799	0,4264	3,3637	0.4174
0,2838	0,6004	0,1323	0,6015	0,4183	0,8682	0,3054	0,7687
0,5416	0,8582	0,7058	1,1750	0,4270	0,8801	0,4096	0,8729
0,3166		0,4692		0,4499		0,4633	

Um die Accommodationsbreite zu berechnen, kann man sich vorstellen, die brechenden Mittel des Auges blieben unverändert in dem Zustande, welchen sie beim Nahesehen besitzen, dagegen habe die Netzhaut die Fähigkeit, sich vom hinteren Brennpunkte des Auges beim Nahesehen bis zu dem beim Fernsehen bewegen zu können. Steht sie im hinteren Brennpunkt des Nahesehens, so wird paralleles Licht auf ihr vereinigt; steht sie im hintern Brennpunkt des Fernsehens, so findet dann auf ihr die Vereinigung von Strahlen statt, welche von einem näher gelegenen Objecte aus divergiren. Der Abstand dieses Objectes von der ersten Hauptebene des Auges, welchen wir p nennen wollen, ist die vordere conjugirte Vereinigungsweite zu der hinteren Hauptbrennweite des Fernsehens (p') für ein Auge, welches sich im Brechzustand des Nahesehens befindet. Das unbekannte p wird dann leicht gefunden aus den beiden Brennweiten F_1 und F_2 beim Nahesehen und der hinteren Brennweite p' beim Fernsehen nach der Formel:

$$\frac{F_1}{p} + \frac{F_2}{p'} = 1, \text{ woraus}$$

$$p = \frac{p' F_1}{p' - F_2} \text{ folgt.}$$

Auf diese Art berechnet, fanden wir den Werth von p bei

Joh. Sommer,	(alt 14 Jahre, normalsichtig)	= 162,34 Mm.
Heinr. Sommer	(„ 15 „ , „ „)	= 111,61 „
Ferd. Schmidt	(„ 24 „ , „ „)	= 100,84 „
Herm. Schiller	(„ 22 „ , kurzsichtig)	= 91,701 „

Die durch Bestimmung des Nah- und Fernpunktes des deutlichen Sehens gefundene Accommodationsbreite zeigte sich bei zwei Augen damit sehr übereinstimmend,

bei dem des Ferdinand Schmidt ziemlich übereinstimmend doch beträchtlich grösser bei Joh. Sommer. Der Grund davon ist wohl der, dass Joh. Sommer nicht für die Entfernung des Gesichtszeichens (107 Mm.), obwohl er angab, es deutlich zu sehen, genau accommodirt war, wodurch dann der Krümmungsradius der vorderen Linsenfläche in einem andern Accommodationszustand des Auges als dem des Nahesehens gemessen wurde und somit grösser ausfallen musste. Daraus erklärt sich der aus den Messungen erhaltene zu kleine Werth der Accommodationsbreite. Wir wollen nun, dem Beispiele Donders' folgend, die Accommodationsbreite der Brechkraft einer Convexlinie gleich setzen, welche die aus dem Nahepunkte kommenden Strahlen so bricht, als ob sie aus dem Fernpunkte kämen, und die durch Messung und Sehprüfung bestimmte Accommodationsgrösse zusammenstellen.

Auge des	Accommodation bestimmt durch	
	Messungen am Auge.	Sehprüfung.
Joh. Sommer	$\frac{1}{162,34}$	$\frac{1}{107}$ Mm.
Heinr. Sommer	$\frac{1}{111,61}$	$\frac{1}{110}$
Ferd. Schmidt	$\frac{1}{100,84}$	$\frac{1}{115}$
Herm. Schiller	$\frac{1}{91,701}$	$\frac{1}{87}$

Die Bestimmung der Accommodationsbreite durch Sehprüfungen wurde ausgeführt, indem für den Nahpunktsabstand diejenige Entfernung des Pendels angenommen wurde, in welcher bei den Versuchen der feine Seidenfaden noch deutlich gesehen wurde. Der Fern-

punkt lag bei den drei erstgenannten Augen in unendlicher Entfernung, bei dem myopischen Auge des Herm. Schiller wurde er mittelst einer Concavlinse bei parallelen Gesichtslinien bestimmt.

Wir können nun auch die Länge der Augenaxe bei den gemessenen Augen berechnen. Ihr hinteres Ende ist augenscheinlich der hintere conjugirte Vereinigungspunkt zum Fernpunkt des deutlichen Sehens, wenn das Auge sich im Brechzustande des Fernsehens befindet. Bei den drei normalsichtigen Augen ist also die Augenaxe gleich dem Abstande des hintern Brennpunktes beim Fernsehen vom Hornhautscheitel, welcher schon in der allgemeinen Tabelle (p. 40 u. 41) angegeben ist. In dem kurzsichtigen Auge betrug die Entfernung des Fernpunktes 180 Mm. Die Länge der Augenaxe berechnet sich danach zu 22,32 Mm. Daraus lässt sich ableiten, dass bei dem Grad der Myopie $= \frac{1}{180}$ Mm. (fast $\frac{1}{7}$") die Retina noch 1,569 Mm. hinter dem Vereinigungspunkt paralleler Strahlen liegt, wenn das Auge das Minimum seines Brechzustandes angenommen hat.

Es ist noch Einiges über den Grad der Zuverlässigkeit der aus den mitgetheilten Messungen abgeleiteten Ergebnisse anzuführen, da ich, um den Gang der Entwicklung nicht durch viele Einschaltungen aufzuhalten, im Text meistens unterlassen habe die Grösse der Beobachtungsfehler anzugeben. Der leitende Gedanke der vorhergehenden Arbeit war der: sämmtliche Veränderungen derjenigen Theile des Auges, welche auf seinen Brechzustand von Einfluss sein könnten, ihrer Art und Grösse nach möglichst genau zu bestimmen. Es war unsere Aufgabe, aus der Betrachtung dessen, was möglicher Weise stattfinden kann, dasjenige aufzufinden und festzustellen, was wirklich stattfindet. Dieses glaubten wir erreichen

zu können, indem wir jeden der in Betracht kommenden Theile einer doppelten Beobachtung unterwarfen, einmal wenn das Auge für seinen Fernpunkt, ein andermal, wenn es für seinen Nahepunkt eingerichtet war, also in beiden Zuständen, in welchen das dioptrische System am meisten verschieden sein muss. Das Gleichbleiben oder die Verschiedenheit der Erscheinungen musste zeigen, ob und welche Veränderungen der untersuchte Theil bei der Accommodation des Auges erleidet. Dass wir uns auf frühere Untersuchungen, wo sie uns zuverlässig und keiner weiteren Bestätigung bedürftig erschienen, stützten, versteht sich von selbst. So schien uns die Constanz der Länge der Augenaxe durch Th. Young, Helmholtz u. A., wiewohl von Einigen bezweifelt, hinlänglich sicher ausgemacht zu sein. Damit fällt auch die Betheiligung der äusseren Augenmuskeln bei den Aenderungen des Brechzustandes des Auges hinweg. Es blieben also nur die Trennungsflächen der durchsichtigen Medien und diese selbst übrig. Die Hornhaut zeigte sich, wie schon frühern Beobachtern, unveränderlich. In den Brechungsverhältnissen des Cornealgewebes, des humor aqueus und humor vitreus kann bei der Accommodation eine Aenderung nicht angenommen werden. Das Kristalllinsensystem ist also das einzige, was in Betracht zu ziehen ist. Die Veränderungen desselben beim Fern- und Nahesehen können dreierlei Art sein und sind es auch wirklich: 1) die Flächen ändern ihren Ort, 2) sie ändern ihre Krümmung und 3) ändert sich der totale Brechungsindex der Linse wegen des geschichteten Baues derselben. Der letzte Punkt ist von den beiden ersten abhängig; man kennt aber bis jetzt noch keinen Weg, ihn quantitativ zu bestimmen. Wir waren deshalb genöthigt, den Brechungsindex als constant anzunehmen

und ausserdem noch einen Werth aus den noch viel zu wenig zahlreichen Messungen an todten Augen zu wählen. Dieses erzeugt eine Fehlerquelle in den dioptrischen Berechnungen, welche wir, da uns hinreichend frische menschliche Linsen zu eigenen Bestimmungen nicht zu Gebote standen, nicht im Stande waren zu eliminiren, ja nicht einmal zu controlliren. Eine andere Fehlerquelle liegt in der Unvollkommenheit der Messungsmethoden selbst. Wir haben in Bezug hierauf noch die Fehlergrenzen bei den einzelnen Bestimmungen nachzutragen.

Am genausten liess sich der Ort der vorderen Linsenfläche beim Fernsehen bestimmen. Die Fehlergrenzen lagen bei der abweichendsten Bestimmung (Joh. Sommer) 0,11 Mm. auseinander. Beim Nahesehen überschritt der grösste Werth derselben 0,3 Mm. um etwas. Dieses ist auf eine sehr kleine Grösse, die Vorwärtsbewegung der vorderen Linsenfläche bei der Accommodation, von grossem Einfluss, indem diese Grösse kaum den doppelten Werth der Fehlergrenze beträgt. Dieser Punkt ist übrigens bei der hier gewählten Berechnung der Accommodationsbreite von geringer Bedeutung, da er neben den beträchtlichen Grössen der Brennweiten des Hornhaut- und Linsensystems, mit welchen er in Verbindung vorkommt, das Resultat nur höchst wenig beeinflusst. Der Ort der hinteren Linsenfläche lässt sich ebenfalls mit hinreichender Genauigkeit feststellen. Die einzelnen Beobachtungen zeigten eine etwa gleich grosse Verschiedenheit des Resultates, wie diejenigen bei der Bestimmung des Ortes der vorderen Linsenfläche. Dass dabei noch ein Fehler von 0,1 Mm. wegen der Aenderung des brechenden Systems beim Nahesehen vorkommen kann, ist im Text bereits erörtert.

Die Grösse des Krümmungsradius lässt sich mit derselben Genauigkeit nicht bestimmen, weil die Spiegelbildchen, namentlich der vorderen Fläche, ziemlich breit sind, man grosse Flammen zu ihrer Erzeugung aufstellen, und die Messungen jedesmal von der Mitte der Flammen und der Bildchen vornehmen muss, was mit grosser Schärfe nicht geschehen kann. Ein intensiveres Licht, als Gasflammen zu geben im Stande sind, würde diese Fehler vermindern. Um die Grösse der Beobachtungsfehler auf die allgemein verständlichste Art anzugeben, will ich die Krümmungsradien aus den beiden abweichendsten Werthen der verschiedenen Messungen desselben Auges berechnen. Es zeigt sich, dass bei Heinr. Sommer der kleinste Werth des Krümmungsradius beim Fernsehen 7,3929, und der grösste 8,2639 Mm., die Fehlergrenze also 0,871 Mm. beträgt, was allerdings auf einen Mittelwerth von 7,9459 Mm. nicht unbedeutend ist. Bei den andern Augen fielen die Messungen weniger verschieden aus, wichen bei einem sogar fast gar nicht von einander ab, ohne dass ich sagen könnte, die Beobachtungen seien deshalb genauer gewesen. Helmholtz theilt auch seine Beobachtungswerthe mit (Arch. f Ophthal. l. c. p. 48). In den am meisten abweichenden Messungen des Auges J. H. betrug der Quotient des halben Krümmungsradius der Hornhaut durch die Brennweite q des brechend-spiegelnden Systems der vorderen Linsenfläche 0,544; 0,544 und 0,477. Daraus die Länge des Krümmungsradius berechnet, ergiebt als kleinsten Werth 10,130 Mm., als grössten 11,006. Die Fehlergrenze beträgt also 0,876 Mm. bei einem Mittelwerth von 10,4 Mm. In dem zweiten von Helmholtz gemessenen Auge ist bei einem Mittelwerthe von 8,8 Mm. der kleinste 8,524, der grösste 9,152 Mm.; die Fehler-

grenze war also 0,628 Mm. Bei dem dritten Auge war sie noch geringer. Der Krümmungsradius der vorderen Linsenfläche beim Nahesehen lässt sich etwas genauer bestimmen, indem die Spiegelbildchen beim Nahesehen kleiner und lichtstärker werden. Auch gingen in meinen Messungen die einzelnen Beobachtungen weniger auseinander. Noch mehr Uebereinstimmung zeigte sich in den Beobachtungswerthen bei der Bestimmung des Krümmungsradius der hinteren Linsenfläche, sowohl beim Fern- als Nahesehen. Nichtsdestoweniger ist das Resultat doch nicht befriedigender, als beim Krümmungsradius der vordern Linsenfläche, denn die Berechnung lässt sich bei der hinteren weniger genau führen, indem eine erste Approximation nur durch Zugrundelegung von Mittelwerthen (Listing's schematisches Auge) gefunden werden kann. Wenn dann das ganze dioptrische System des individuellen Auges aus den an ihm selbst erhaltenen Messungswerthen berechnet worden ist, so lässt sich wohl, wie wir gethan haben, eine grössere Annäherung erreichen. Die Ungenauigkeit, welche bei der Bestimmung der Krümmung der hinteren Linsenfläche beim Nahesehen durch die Aenderung des ganzen Systems bedingt ist, wurde schon früher am betreffenden Orte in Erwägung gezogen.

Bei der Kritik der Methode darf eine wichtige Frage nicht unerwähnt bleiben, nämlich mit welcher Genauigkeit lässt sich nun aus solchen Messungen am Lebenden das ganze brechende System eines individuellen Auges berechnen und wieviel Vertrauen verdienen demzufolge die in unserer allgemeinen Tabelle, in der die Berechnung der Cardinalpunkte lebender Augen zum ersten Male gewagt worden, aufgestellten Werthe? Dar-

auf ist zu antworten, dass sich das eine der beiden Systeme, aus denen wir uns den dioptrischen Apparat des Sehorgans zusammengesetzt denken, nämlich das Hornhautsystem mit hinreichender Schärfe bestimmen lässt; sogar dessen Asymmetrie, bedingt durch die verschiedene Krümmung der einzelnen Meridiane kann genau gemessen und ihr Einfluss auf die Dioptrik des Auges mit Bestimmtheit angegeben werden, welches ausführlich in meiner früher citirten Abhandlung behandelt ist. Von dem Kristalllinsensystem lässt sich nicht dasselbe sagen, denn wir sind bis jetzt nicht im Stande, in befriedigender Weise weder den totalen Brechungsindex, noch die Krümmungshalbmesser der Linse zu bestimmen. Es sind also die darauf bezüglichen Werthe nur approximative, welche, so gut sie auch mit den an todten Augen gewonnenen Messungswerthen stimmen, eine vielleicht nicht unbeträchtliche Fehlerquelle in die Berechnung des ganzen Systems einzuführen im Stande sind. Dieses zeigt sich denn auch am auffallendsten bei der hinteren Brennweite des Auges, woraus sich bei den drei normalsichtigen Augen die Länge der Augenaxe (vom Hornhautscheitel bis zum gegenüberliegenden Punkt der Retina) zu 21,180 Mm., 21,347; 20,401 und bei dem kurzsichtigen zu 22,32 Mm. berechnet, welche Werthe um 1 bis 2 Mm. hinter denjenigen des von Listing und Helmholtz berechneten schematischen Auges zurückbleiben. Wäre es möglich die Länge der Augenaxe oder die Cardinalpunkte der Linse (wozu man ausser den Krümmungsradien entweder noch die Brennweite oder das Brechungsverhältniss kennen müsste) direct zu bestimmen, so würden damit die noch bestehenden Schwierigkeiten bei der Bestimmung des dioptrischen Systems eines individuellen Auges beseitigt und eine grosse Anzahl

physiologischer und pathologischer Fragen einer exacteren Behandlung zugänglich sein. Es ist wahrscheinlich, dass die Brennweite der Kristalllinse etwas zu klein ausgefallen ist; doch da nur zwei Bestimmungen des totalen Brechungsindex der Linse vorlagen, so mussten wir uns daran halten. Die Krümmungshalbmesser der Linse sind nach unsern Messungen auch etwas kleiner als die an todten Linsen früher gefundenen Mittelwerthe, jedoch stimmen sie sehr gut mit den von Helmholtz und mir mit dem Ophthalmometer vorgenommenen Messungen, welche, wenn auch nicht so zahlreich, doch jedenfalls genauer sind, als die früheren. Will man aber der Helmholtz'schen Hypothese beipflichten und annehmen, dass die Linse nach dem Tode die Gestalt annehme, welche sie während des Lebens im Zustande des Nahesehens besitzt, oder sogar noch dicker werde, so müsste man die beim Nahesehen gemessenen Radien lebender Linsen mit denen todter Linsen vergleichen, wobei sich dann jene nicht unbedeutend kleiner zeigen würden. Helmholtz gründet diese Hypothese hauptsächlich darauf, dass er die Dicke der Linse an drei lebenden Augen geringer fand, als die Minimalwerthe, welche C. Krause gefunden. Die von mir gefundene Dicke der Linse ist während des Nahesehens etwas grösser, als bei Helmholtz, jedoch ist sie immer noch der Art, dass sie die Minimalwerthe der Krause'schen Messungen nicht viel übersteigt. Dieses Ergebniss kann also wenigstens nicht gegen jene Hypothese angeführt werden.

Trotz den nun angeführten vielfältigen Fehlerquellen, welche wir durch eine grössere Anzahl von Beobachtungen möglichst unschädlich zu machen bemüht waren, sehen wir, dass die Berechnung des ganzen Systems ein befriedigendes Resultat ergeben hat, und wenn es auch wahrscheinlich etwas unter dem Mittel-

werthe steht, so giebt es doch gewiss manches Auge, welches sich wie die hier aufgestellten verhält.

Was endlich den numerischen Werth der Accommodationsbreite betrifft, welcher aus den directen Messungen abgeleitet wurde, so zeigt es sich, dass seine Uebereinstimmung mit dem durch Sehprüfung gefundenen so gross ist, als er bei den Schwierigkeiten der Bestimmung so vieler in Frage kommender Momente nur erwartet werden konnte. Ich glaube getrost daraus den Schluss ziehen zu dürfen, dass die Veränderungen im Linsensystem beim Fern- und Nahesehen die einzigen sind, welche bei der Accommodation im Sehapparat auftreten, denn sie geben vollständig Rechenschaft nicht nur über das Zustandekommen, sondern auch, wie die vorhergehende Untersuchung zeigt, über die Grösse der Accommodation.

Mit Bezug auf die Angaben, dass bei Augen mit fehlender Kristalllinse noch ein grösserer oder kleinerer Theil des normalen Accommodationsvermögens vorhanden sei, müssen wir gestehen, dass uns dieselben nicht nur durch die damit in Widerspruch stehenden Ergebnisse unserer Messungen, sondern auch nach den genauen Prüfungen aphakischer Augen, welchen wir in der letzten Zeit in der Augenklinik des Herrn Professor Donders beizuwohnen Gelegenheit hatten, im höchsten Grade zweifelhhaft geworden sind. Wenn nämlich vollkommen scharfsichtige Augen, welche durch wiederholte Punktion wegen Schichtstaar von der Linse befreit worden waren, für einen fernen Lichtpunkt mittelst Hülfsgläser accommodirt wurden, so bewirkte der Zusatz einer positiven oder negativen Linse von 200″ Brennweite, dass der Lichtpunkt nicht mehr klein, rund und scharf begrenzt, sondern in diesem oder jenem Sinne verlängert und unregelmässig gesehen

wurde. War das Auge durch Gläser für den fernen Lichtpunkt genau accommodirt, so blieb dieser gleich deutlich und regelmässig, auch wenn ein naher Punkt fixirt wurde; also wird auch durch die Convergenz der Gesichtslinien der Brechzustand aphakischer Augen nicht geändert. Daraus geht zur Genüge hervor, dass von einem Accommodationsvermögen hier nicht mehr die Rede sein konnte.

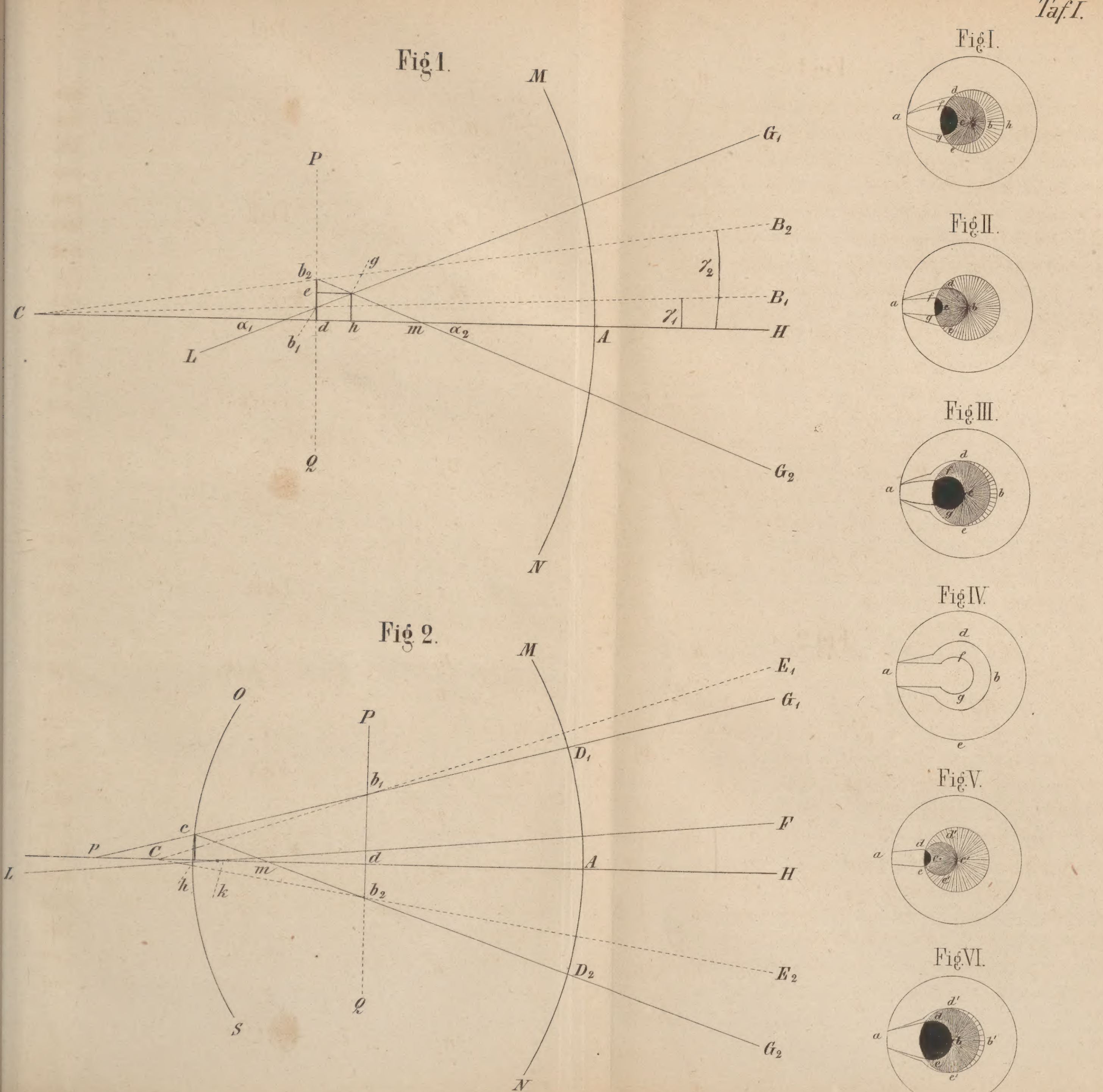
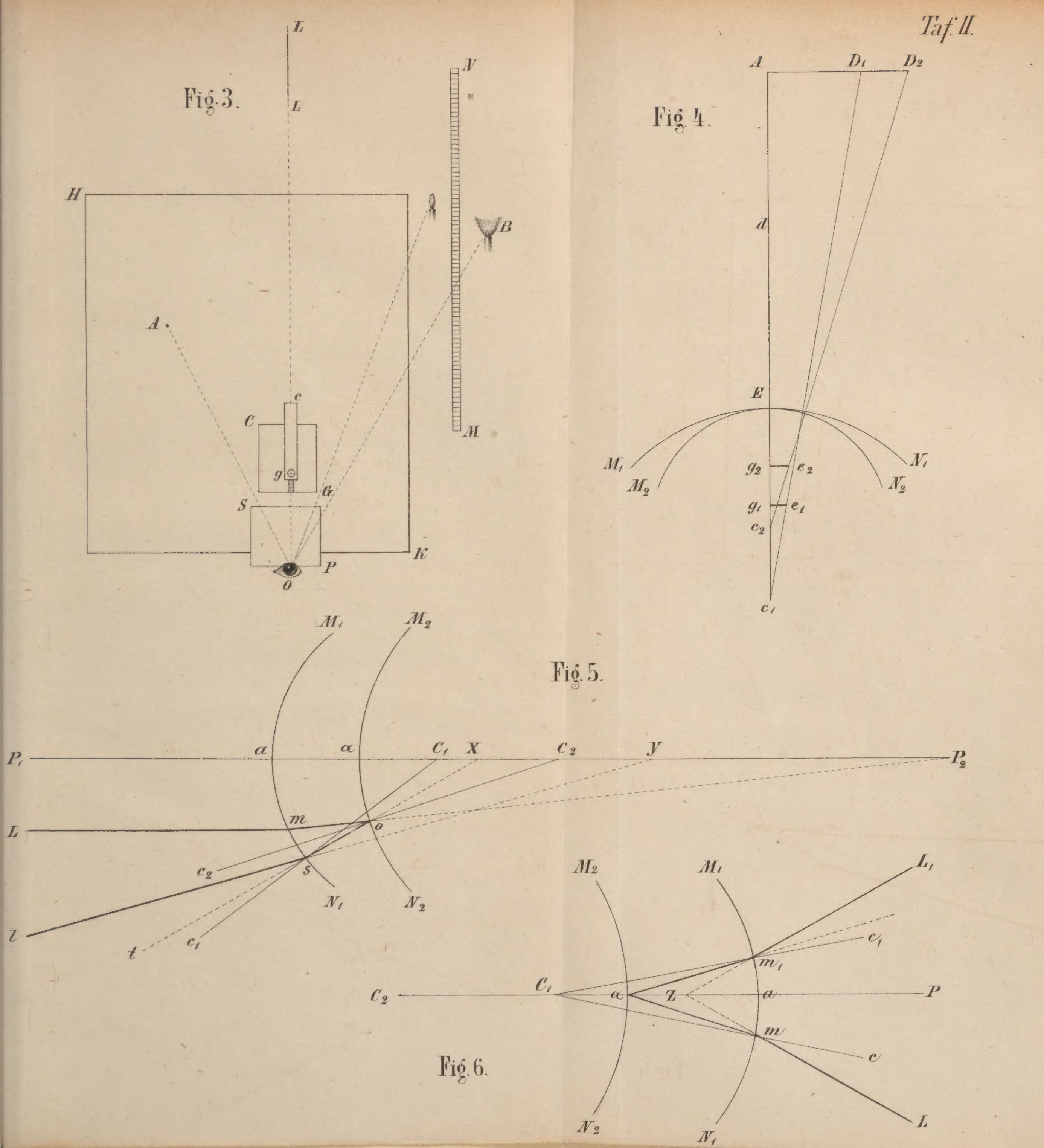


Fig. 1.
M
G1
P
B2
g
b2
e
γ2
B1
C
γ1
α1
d
h
m
α2
A
H
L
b1
Q
G2
N
Fig. 2.
M
E1
O
G1
P
D1
b1
F
c
p
C
d
A
H
L
m
h
k
b2
D2
E2
Q
S
G2
N
Fig. I.
Fig. II.
Fig. III.
Fig. IV.
Fig. V.
Fig. VI.


Fig. 3.
L
L
N
H
B
A
c
C
g
G
S
P
K
M
O
Fig. 4.
A
D1
D2
d
E
M1
M2
N1
N2
g2
e2
g1
e1
c2
c1
Fig. 5.
M1
M2
P1
a
a
C1
X
C2
Y
P2
L
m
o
c2
s
N1
N2
l
t
c1
Fig. 6.
M2
M1
L1
c1
m1
C2
C1
a
Z
a
P
m
c
N2
N1
L